

BLUTEL

**Du rôle de l'enseignement des
mathématiques dans la formation de l'esprit**

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 2
(1902), p. 385-395

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2_385_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**DU RÔLE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
DANS LA FORMATION DE L'ESPRIT (1);**

PAR M. BLUTEL,

Professeur de Mathématiques spéciales
au lycée Saint-Louis.

Tous, vous avez étudié les Mathématiques : quelques-uns avec un plaisir très vif, servis en cela par un goût naturel et par l'excellente direction d'un maître éclairé, quelques autres avec une curiosité un peu sceptique, le plus grand nombre, sans doute, parce que les Mathématiques font partie du programme des études et qu'elles figurent à celui des examens. Très peu, je le crains, ont pu trouver une solution à ce problème qu'ils se sont posé bien souvent : A quoi sert l'étude des Mathématiques?

Je vais tenter de vous éclairer sur ce point. Je le pourrais en vous montrant l'importance sans cesse grandissante des applications des Mathématiques. Le développement ininterrompu de la Mécanique, qui est une caractéristique de notre époque, les découvertes que la Physique nous apporte chaque jour en mettant les forces de la nature au service de l'homme, sollicitent l'attention de tout esprit éclairé qui veut être de son temps. Or la Mécanique et la Physique trouvent dans les Mathématiques une base solide, indispensable. On ne peut fréquenter une famille aussi unie sans en ren-

(1) Extrait du discours prononcé en 1901 à la distribution des prix du Concours général.

contrer le chef naturel. Vous sentez tous l'importance de ce lien, mais il faudrait entrer dans des détails trop techniques pour vous la révéler d'une façon indiscutable; ce n'est ni le moment ni le lieu.

Je pourrais encore vous signaler les emprunts que font aux Mathématiques les Sciences qui en paraissent les plus éloignées: l'Anatomie dans l'étude de la machine si délicate qu'est le corps humain, le Droit dans la question si complexe des successions, les Sciences juridiques dans les questions d'affaires, les Sciences économiques et politiques dans tout ce qui concerne l'assiette de l'impôt, la Statistique et les Assurances, utilisent des connaissances mathématiques. Mais ces objets si divers n'intéressant chacun qu'une fraction d'entre vous risqueraient de disperser votre attention. Je crois d'ailleurs mieux répondre à votre attente en essayant de vous faire apprécier les bienfaits que vous pouvez retirer de la Mathématique au point de vue de la formation de votre esprit; en vous montrant, dans l'étude de cette Science en général, ce que Tyndall dit de la Géométrie en particulier, c'est-à-dire un moyen et non une branche de l'éducation.

Quelques-uns d'entre vous connaissent les travaux que des philosophes profonds, des penseurs de génie ont consacrés non seulement à la Mathématique, mais aux applications de cette Science dans un domaine autre que le sien propre; à ceux-là, je n'ai rien à apprendre. Je n'aurai pas d'ailleurs la témérité de m'aventurer sur un terrain où Descartes, Leibniz et Auguste Comte, pour ne citer que les morts illustres, ont laissé des empreintes ineffaçables.

Mais, depuis longtemps déjà, j'assiste à la formation de votre pensée, je souffre avec vous des difficultés que vous rencontrez, je m'acharne à la recherche de la

comparaison, à la poursuite de l'expression qui vous rendront abordables des idées trop abstraites, je me réjouis lorsque l'aspect de votre visage s'éclairant tout à coup m'a révélé que vous goûtez enfin le plaisir divin de la compréhension; ce sont là les peines et les joies de notre profession, et vous trouverez tout naturel que je ne vous cache rien des réflexions qu'elles m'ont suggérées.

Or, parmi les forces de l'activité intellectuelle dont le développement est favorisé par l'étude des Mathématiques, je placerai au premier rang l'attention. S'il est vrai que l'exercice répété d'une fonction est le meilleur moyen d'en fortifier les organes, je ne connais pas de procédé plus sûr que les Mathématiques pour affermir le ressort de l'attention. Cela tient, tout d'abord, à la méthode purement déductive qui caractérise leur enseignement dans sa phase élémentaire. Partant d'un petit nombre de points admis une fois pour toutes, vos maîtres, par une déduction sans cesse renouvelée, vous conduisent peu à peu à un ensemble de connaissances contenues évidemment dans les hypothèses du départ, mais dont le lien exige, pour être aperçu et retenu, une application de tous les instants. Les résultats sur lesquels ils s'appuieront demain ont été établis dans la leçon du jour; non seulement la connaissance en est nécessaire pour la compréhension des idées nouvelles, mais il est indispensable, le plus souvent, d'avoir présent à l'esprit tout le détail progressif de leur démonstration. Un moment d'inattention et le fruit de plusieurs heures d'efforts est compromis. Un coup d'œil accordé au nuage qui passe ou à l'insecte qui bourdonne au milieu d'un raisonnement en fait perdre le fil; c'en est fait du bénéfice que vous alliez recueillir.

Et cela s'applique non pas à telle ou telle leçon, à

telle ou telle série de leçons, mais à tout le cours, l'enchaînement nécessaire de ses diverses parties exigeant chaque fois votre présence complète.

La moins intéressante, à ce qu'il semble, parmi les applications de l'attention, est celle qui touche à l'exercice du calcul; et cependant je veux y arrêter un instant votre pensée, tant elle a de conséquences! Le calcul est un instrument indispensable dans l'étude des Mathématiques, et, si vous voulez bénéficier pleinement de ses avantages, il vous faut apprendre à le manier avec aisance. Rien n'est plus facile, d'ailleurs, c'est une question de méthode. En vous astreignant dès votre enfance à l'observation rigoureuse des règles élémentaires, vous arriverez à calculer sûrement; la sécurité que vous éprouverez alors vous facilitera l'exercice des autres facultés, et je vous montrerai dans un instant l'intérêt qui s'y attache. Vous avez tous entendu parler de ces calculateurs prodiges qui se livrent aux opérations les plus extraordinaires tout en songeant à d'autres objets; nous devons donc admettre que la répétition presque mécanique des procédés opératoires du calcul n'exige pas, en somme, autant d'effort qu'il paraît tout d'abord. Vous agirez sagement et vous vous éviterez des fatigues bien inutiles en essayant, le plus tôt possible, de vous libérer du tribut imposé à votre esprit par cette manifestation un peu inférieure, je le veux bien, de l'activité intellectuelle. Bon nombre, parmi vos camarades, candidats aux grandes écoles scientifiques, se sont maintes fois repentis d'avoir négligé ou sacrifié le développement d'un instrument si précieux; ils ont compris trop tard que l'inexpérience du calcul leur faisait perdre trop souvent la marche des idées.

On vous a signalé peut-être, et c'est chose facile, les ridicules d'une attention trop suivie. Il est vrai qu'un

des résultats de cette tension de l'esprit vers une idée toujours la même est d'isoler du monde celui qui s'y livre sans répit. Beaucoup de personnes occupées presque uniquement à des travaux mathématiques ont éprouvé sur elles-mêmes cet avantage ou cet inconvénient. Les obstacles de la rue, les distractions familières aux autres passants n'empêchent point le mathématicien qui va par la ville de poursuivre et quelquefois d'achever avec succès un raisonnement commencé dans le silence et le recueillement du cabinet. A le voir passer, les yeux abaissés vers la terre ou fixés devant lui, comme dans le vide, étranger ou indifférent à tout ce qui l'entoure, on sourit.

« Un jour, Ampère se rendait à son cours. Il trouve sur sa route un petit caillou qu'il ramasse et dont il se met à examiner curieusement les veines bigarrées. Tout à coup le cours qu'il doit faire revient à son esprit; il tire sa montre de sa poche et, s'apercevant que l'heure approche, il double précipitamment le pas, remet soigneusement le caillou dans sa poche et lance sa montre par-dessus le parapet du pont des Arts. » L'exemple est plaisant et il n'est pas défendu d'en sourire; mais qu'il vous serve aussi de leçon, et si vous rencontrez ainsi quelque égaré tout entier à sa pensée, avant de vous en égayer, demandez-vous si vous n'avez pas croisé un Ampère ou un Gay-Lussac dont le cerveau est en train d'enfanter quelque merveille.

L'application à la Mathématique ne développe pas seulement l'attention; elle crée une faculté des plus hautes et des plus précieuses : l'abstraction. Dès les débuts de la Géométrie, l'élève à qui l'on montre sur le tableau la figure constituée par un triangle ne voit tout d'abord que l'image particulière placée sous ses yeux; à la longue, il arrive à laisser de côté les caractéristiques de la figure et à saisir l'essence commune à toutes les figures triangulaires.

tères propres à l'objet concret, et, lorsqu'on prononce devant lui le mot de *triangle*, il se figure aisément tous les triangles possibles : c'est le propre de l'abstraction, et l'abstraction est la mère de la généralisation.

L'Algèbre constitue le domaine par excellence des formes abstraites, mais la marche qui lui est familière n'est peut-être pas sans danger. Dépouillant les objets de leurs qualités particulières, elle les fait entrer dans ses formules comme des êtres dépourvus de tout caractère personnel. Les transformations qu'elle fait ensuite subir à ses équivalences portent alors sur des symboles doués d'une signification si générale que le sens en peut disparaître complètement pour les esprits préoccupés surtout d'appliquer avec justesse les règles du calcul. A de semblables cerveaux, et je suis convaincu qu'ils forment la majorité, l'étude de l'Algèbre doit donc être dispensée avec beaucoup de précautions. Par de fréquentes applications numériques, on les ramènera à une réalité qu'ils pourraient être tentés d'oublier; ils finiront par se convaincre que le symbole tient généralement la place de grandeurs mesurables et que l'Algèbre ne pourra leur rendre de réels services que s'ils l'appliquent à de pareils objets.

Cette faculté de l'abstraction se développe d'ailleurs de façons très diverses suivant le tempérament. La plupart des jeunes gens n'arrivent à la possession d'un caractère général qu'en passant par l'observation d'un grand nombre d'objets particuliers; ils suivent la marche rationnelle et si profitable du concret à l'abstrait. L'étude de la Géométrie est naturellement la plus aisée aux esprits de cette trempe, en raison de l'aide qu'ils rencontrent à chaque pas dans la figure pour étayer leurs déductions. Ce sont presque toujours des cerveaux bien préparés pour l'observation, aptes à percevoir les

cas particuliers dans les catégories générales, prêts à aborder l'étude des Sciences expérimentales. D'autres, au contraire, en plus petit nombre, n'ont de goût que pour l'idée présentée sous sa forme abstraite, pour l'Arithmétique et pour l'Algèbre. Ce sont les tempéraments de purs mathématiciens. Malheureusement, chez quelques-uns d'entre eux, cette puissance de l'abstraction s'accompagne d'une répugnance singulière pour l'examen des choses concrètes dont l'intérêt ne leur apparaît point.

Ils font quelquefois d'excellentes études mathématiques; ils se refusent d'une façon systématique à toute étude des Sciences expérimentales. A ceux-là je me permettrai de donner un conseil. La vérité n'est point une. Les bons esprits sont les esprits accessibles à toutes les manifestations de la pensée, et ceux-là vont à l'encontre de notre enseignement qui se cantonne, dès le lycée, dans une étroite spécialité. Qu'ils ne croient point d'ailleurs arriver ainsi plus sûrement à la réalisation de quelque ambition de carrière; l'accès de nos grandes écoles scientifiques n'est vraiment facile qu'à ceux dont un sage éclectisme a dirigé les pas aussi bien dans les voies largement ouvertes de l'expérience que vers les sommets plus arides de l'abstraction.

J'arrive maintenant à une des opérations les plus délicates et les plus profitables de l'intelligence, à l'application par excellence de notre esprit, celle vers laquelle doit tendre l'éducation de toutes nos facultés, je veux dire le jugement. L'enseignement des Mathématiques se bornant à son domaine naturel peut fournir au jugement les meilleures occasions de s'exercer. Il est évident que l'exposition par le maître, en un langage précis, d'idées simples reliées les unes aux autres d'une façon parfaite, doit donner à l'élève le désir de pré-

sender ses pensées sous une forme aussi nette en lui inspirant l'horreur des raisons vagues et des questions mal posées. Mais ce n'est pas le seul avantage à cet égard de l'enseignement mathématique. Je conviens que, les nécessités des examens obligeant le professeur soucieux de sa responsabilité à ne donner à ses élèves que des notions bien arrêtées, le temps lui manque trop souvent pour comparer les diverses méthodes susceptibles de conduire aux mêmes résultats et pour décider qu'elle est la meilleure ; mais, où l'exercice du jugement trouve à s'appliquer, c'est dans l'effort personnel de l'élève, que cet effort soit dirigé et contrôlé par le maître, comme dans l'interrogation au tableau, ou qu'il soit de nature plus intime, comme dans la recherche de la solution d'un problème.

Le bénéfice que le jugement peut retirer de cette gymnastique varie suivant la branche des mathématiques à laquelle on l'applique. Dans l'enseignement élémentaire, la Géométrie possède à cet égard une supériorité bien marquée. Les relations entre les moyens et le but doivent rester en pleine lumière à chaque instant de la déduction, et à partir du moment où ce lien n'est plus perçu, il est inutile de continuer. En Algèbre, au contraire, le jugement de l'élève ne trouve guère à s'exercer que dans deux phases bien distinctes : au début, lorsqu'il s'agit d'enfermer dans des formules les données et les inconnues de la question ; à la fin, quand il faut interpréter les résultats contenus dans ces mêmes formules convenablement modifiées. Dans l'intervalle, l'élève abandonné à ses seules forces doit généralement se borner à des opérations un peu mécaniques.

Quelques-uns parmi vous, rebutés par des tentatives inutiles dans la recherche de la solution d'un problème, sont sans doute convaincus que la réussite dans cette

découverte est uniquement le résultat des qualités naturelles de son auteur; je voudrais les dissuader. En posant à l'élève des questions sagement graduées, bien en rapport avec l'étendue de son savoir, on l'habitue peu à peu à chercher dans ses propres moyens la réponse à des problèmes de plus en plus compliqués. Comparant les connaissances qu'il possède au profit qu'il désire en tirer, il écarte d'une façon méthodique celles dont il ne peut attendre aucun secours pour l'objet immédiat, et il découvre, par la seule puissance de son jugement, l'arme qui doit vaincre. Le plaisir de la réussite le conduit à recommencer, et c'est ainsi qu'au lieu de l'élève passif, préparé à la docilité par des déductions dont il ne percevoit d'abord que le caractère inévitable, nous aurons formé, en lui donnant l'occasion d'exercer son jugement, un être pour qui l'initiative devient chose naturelle, j'oserais presque dire un homme d'action.

Cette utilité des études mathématiques ne fut pas toujours reconnue; elle a même été l'objet d'attaques violentes. Un grand philosophe anglais, Hamilton, voulant établir que l'enseignement des Mathématiques est insuffisant à lui seul pour constituer un système complet d'éducation, et se laissant entraîner par son sujet, lui accorde à peine le pouvoir de développer l'attention. Il couvre les mathématiciens de sarcasmes recueillis dans les œuvres d'une foule d'écrivains dont l'incompétence sur ce sujet n'a d'égale que la sienne propre. Je n'insisterais pas sur ces attaques, réfutées en grande partie, et avec une grande vigueur, par Stuart Mill, si Hamilton n'avait fait appel, à tort d'ailleurs, à l'autorité de Descartes. Dans un passage du *Discours de la Méthode*, le fondateur de la Géométrie analytique, parlant de la circulation du sang et des mouvements du cœur qui l'accompagnent, attribue à cet organe un rôle

tout à fait inexact; pour mieux convaincre les incrédules, il eut l'imprudence de prendre à témoin la force des démonstrations mathématiques. Un de nos grands médecins contemporains, s'étayant de ce passage, a entrepris de démontrer que l'étude des Mathématiques était une préparation détestable à celle de la Médecine. Il est certain que les raisonnements ne peuvent tenir lieu de la connaissance des faits; c'est le rôle de l'expérience de nous les fournir. Ceux que Descartes avait alors en sa possession étaient insuffisants pour lui permettre un jugement sûr, et, s'il a manqué à l'une des règles essentielles de sa méthode, il me semble que c'est surtout à la première, dans laquelle il se propose « de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie qu'il ne la connût évidemment être telle ». Or, c'est surtout dans les préceptes suivants que Descartes fait appel aux procédés du raisonnement mathématique, et je ne vois point comment une infraction au premier de ses principes peut diminuer la valeur des autres.

Permettez-moi d'ailleurs de chercher dans Descartes lui-même la réponse la plus éloquente à ceux qui pourraient être tentés de lui reprocher trop vivement ses erreurs. Dans ce même *Discours de la Méthode*, il parle ainsi de ses spéculations : « Elles m'ont fait voir qu'il est possible de parvenir à des connaissances qui soient fort utiles à la vie et que, au lieu de cette philosophie spéculative qu'on enseigne dans les écoles, on en peut trouver une pratique par laquelle, connaissant la force et les actions du feu, de l'eau, de l'air, des astres, des cieux et de tous les autres corps qui nous environnent, aussi distinctement que nous connaissons les divers métiers de nos artisans, nous les pourrions employer en même façon à tous les usages auxquels ils sont propres et ainsi nous rendre comme maîtres et

possesseurs de la nature. » Je ne crois pas que jamais un savant ait prévu les conquêtes de la Science avec une pareille netteté et les ait résumées dans un tableau aussi précis.

Cette pensée ne peut qu'augmenter votre confiance aux bienfaits de la méthode déductive et vous engager à l'utiliser pour la recherche de la vérité, même en dehors du domaine mathématique. Vous l'appliquerez bien souvent en partant de données insuffisantes fournies par une expérimentation incomplète; vous arriverez ainsi à des conclusions qu'un esprit sain, un jugement désintéressé ou les résultats d'expériences nouvelles vous montreront contraires à la réalité; en un mot, tout comme Descartes, vous vous serez trompés. Dès que la contradiction vous apparaîtra, vous reviendrez sur vos pas et alors commencera la chasse si passionnante de l'erreur. Passant tour à tour au crible de votre raison et vos déductions et les conditions initiales, vous finirez par trouver dans ces dernières la cause de votre insuccès. Vous chercherez à les compléter et vous y arriverez d'autant mieux, par une expérimentation bien dirigée, que leur insuffisance vous aura été révélée dans leurs conséquences. Vous apporterez ainsi votre part au trésor toujours grandissant des vérités abordables à l'homme; vous contribuerez, dans la mesure de vos forces, à la réalisation du vœu formulé par le poète expirant : « Toujours plus de lumière. »
