NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 2 (1902), p. 383-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__383_1>

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

QUESTION DE COURS. — 1° *Définir la fonction analytique*

$$u = \operatorname{arc\,tang} z$$

pour des valeurs réelles ou imaginaires de z; *donner les propriétés les plus importantes de cette fonction.*

2° *Même question pour la fonction*

$$v = \mathrm{L}z,$$

où L *désigne un logarithme népérien.*

3° *Faire voir comment ces deux fonctions* u *et* v *se réduisent l'une à l'autre.*

PROBLÈME. — 1° *Étant donnée la fraction rationnelle*

$$f(x) = \frac{x^2 + 6(\lambda + 1)x + 9\lambda + 8}{\lambda x^4 + 6\lambda x^3 + (1 + 9\lambda)x^2 + 6x + 9},$$

déterminer quatre polynomes entiers en x, M, N, P, Q *tels que l'on ait*

$$f(x) = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{P}} + \frac{d}{dx}\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Q}}\right),$$

le polynome P *n'ayant que des racines simples.*

2° *Déterminer le paramètre* λ *de telle sorte que l'intégrale* $\int f(x)\,dx$ *soit algébrique.*

3° *Déterminer la valeur de l'intégrale quand* λ *a une valeur quelconque.* (Lille, novembre 1900.)

SOLUTION.

On trouve, en appliquant la méthode d'Hermite :

$$f(x) = \frac{\lambda + 1}{\lambda x^2 + 1} + \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x+3}\right).$$

Pour que l'intégration n'introduise pas de transcendante, il faut et il suffit que $\lambda = -1$.

En général,

$$\int f(x)\,dx = \frac{1}{x+3} + \frac{(1+\lambda)}{\sqrt{\lambda}} \operatorname{arc\,tang} x\sqrt{\lambda} + \text{const.}$$