

Concours d'admission à l'École normale supérieure en 1902

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 2 (1902), p. 329

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2_329_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
EN 1902.**

Mathématiques.

On considère la courbe (C) décrite, lorsque α varie, par le point M, dont les coordonnées rectangulaires sont

$$x = \frac{\cos 4\alpha}{\cos^2 \alpha}, \quad y = \frac{\sin 4\alpha}{\cos^2 \alpha};$$

on montrera que x, y s'expriment rationnellement au moyen de $t = \tan \alpha$; on formera l'équation en coordonnées polaires de la courbe (C) et l'on construira cette courbe.

Soient A le point double réel de la courbe (C); le lieu du point d'intersection P de la droite AM et de la droite dont l'équation est $y = x \tan \alpha$, lorsque α varie, est un cercle (K).

A chaque point M de la courbe (C) correspond par la construction précédente un point P du cercle (K); la droite OM, qui joint l'origine des coordonnées O au point M, rencontre la courbe (C) en trois points M_1, M_2, M_3 , autres que le point M; soient P_1, P_2, P_3 les points du cercle (K) qui correspondent respectivement aux points M_1, M_2, M_3 comme le point P correspond au point M.

On montrera que les coordonnées des points M_1, M_2, M_3 s'expriment rationnellement au moyen de $\tan \alpha$, et que les points P, P_1, P_2, P_3 sont les sommets d'un carré dont la grandeur est indépendante de α .

Quels sont les lieux décrits, lorsque α varie, par les points d'intersection de OM avec les diagonales du carré, de la droite dont l'équation est $y = x \tan \alpha$ avec les côtés du carré?

Soit M_1 celui des points M_1, M_2, M_3 qui est du même côté que le point M par rapport au point O; quels sont, lorsque α varie, le lieu du conjugué harmonique du point O par rapport aux points M, M_1 et le lieu du pied de la perpendiculaire abaissée sur la droite OM du point d'intersection des tangentes en M, M_1 à la courbe (C)?
