J. RÉVEILLE

Note de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 2 (1902), p. 311-313
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__311_1>

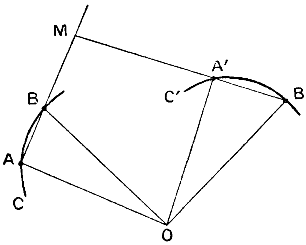
[P1e]

NOTE DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. J. REVEILLE,
Professeur d'Hydrographie.

Soient deux figures semblables ayant pour centre de similitude le point O; et C, C′ deux courbes homologues appartenant à ces deux figures. Je me propose de trouver le lieu géométrique du point d'intersection des tangentes en deux points homologues A et A′ de ces deux courbes.

Soient deux autres points homologues B et B′; les



droites homologues AB, A′B′ forment un angle égal à celui de deux vecteurs homologues quelconques tels que OA et OA′, OB et OB′; donc les quadrilatères AOA′M, BOB′M sont inscriptibles, et le point M est à l'intersection des cercles circonscrits aux triangles AOA′, BOB′.

Si le point B est infiniment voisin de A, le point M appartient au lieu cherché, et c'est aussi un point de l'enveloppe du cercle circonscrit au triangle AOA′ formé par le point O et deux points homologues.

Ce triangle se déplace en restant semblable à lui-même; le centre du cercle circonscrit décrit donc une courbe semblable à C et C′. On sait aussi que l'enveloppe d'un cercle qui passe par un point fixe est homothétique à la podaire du lieu de son centre, relative au point fixe. Ainsi le lieu cherché est la podaire, relative au point O, d'une courbe semblable à C et à C′.

On déduit de là immédiatement des lieux de sommets d'angles constants dont les côtés sont tangents à certaines courbes semblables. Ainsi, pour deux cercles, quelle que soit la valeur de l'angle, le lieu est un limaçon de Pascal.

J'énoncerai simplement les résultats suivants relatifs au cas où l'angle est droit :

Le lieu du sommet d'un angle droit dont les côtés sont respectivement tangents à deux paraboles ayant leurs axes perpendiculaires est une droite si les paraboles ont même foyer; une cissoïde, si elles ont même sommet; une strophoïde droite, si l'axe de chacune d'elles est la directrice de l'autre.

Si les côtés d'un angle droit sont respectivement tangents à deux hyperboles équilatères conjuguées, le lieu du sommet est une lemniscate.