Nouvelles annales de mathématiques

# Exercices de préparation à l'agrégation

*Nouvelles annales de mathématiques 4e série*, tome 2 (1902), p. 187-188

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2__187_0>

# EXERCICES DE PRÉPARATION A L'AGRÉGATION.

## FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE.

### *Mathématiques spéciales.*

On donne un hyperboloïde à une nappe H et une droite fixe D qui le rencontre en deux points réels et distincts.

1° En désignant par A l'une quelconque des génératrices d'un système de H, à l'exclusion de celles de l'autre, par E une droite quelconque de l'espace, par $\alpha$ et $\beta$ les angles de E avec A et D, et par $\lambda$ et $\mu$ ses plus courtes distances à ces deux droites, on demande de démontrer que, parmi les génératrices A, il y en a, en général, deux, et seulement deux, pour lesquelles on ait la relation

$$\lambda \tang \alpha = \mu \tang \beta,$$

et en outre qu'il existe une infinité de positions $\varepsilon$ de la droite E, pour chacune desquelles la relation précédente est vérifiée quelle que soit la génératrice A.

2° Démontrer que toutes les droites $\varepsilon$ rencontrent une même droite $D_1$, et qu'il en passe deux par chaque point de $D_1$. Discussion.

3° Sur chaque droite $\varepsilon$, à partir de son point de rencontre M avec $D_1$, on porte une longueur MN égale à la valeur correspondante de $\mu \tang \beta$. Le point N obtenu ainsi engendre une courbe C. On demande la projection de cette courbe C sur un plan perpendiculaire à $D_1$, ainsi que la méridienne de la surface S engendrée par la rotation de C autour de $D_1$.

4° Déterminer toutes les droites D pour lesquelles la droite correspondante $D_1$ a une direction donnée.

1° On donne une ellipsoïde E et l'on demande de démontrer que, si l'un des axes d'un cône S circonscrit à E est assujetti à rester dans un plan fixe P, le plan des deux autres axes de ce cône tourne autour d'une droite fixe D.

2° Démontrer que, si le plan P tourne autour d'une droite fixe F située dans l'un des plans principaux de E, la droite D passe par un point fixe M, et trouver le lieu de ce point quand F enveloppe une conique dans le plan principal considéré.

3° Trouver le lieu des sommets des cônes S tels que l'un de leurs axes rencontre une droite fixe F située dans l'un des plans principaux de E. On discutera la surface obtenue en cherchant si elle admet des sections circulaires et en étudiant son intersection avec un plan quelconque mené par la droite F.

*Mathématiques élémentaires.*

On donne un triangle ABC et un point O. Par ce point, on mène une sécante variable rencontrant BC et AC en $a$ et $b$.

1° Lieu du point de rencontre des droites A$a$ et B$b$ quand la sécante tourne autour du point O. Ce lieu est une conique Γ.

2° On suppose que le point O se déplace sur une droite Δ. Le lieu des centres des coniques Γ est une conique Γ'. Pour quelles positions de Δ cette conique Γ' se décompose-t-elle? Pour quelles positions est-elle une hyperbole équilatère ou un cercle?

3° On suppose que la droite Δ tourne autour d'un point fixe ω. Établir que les coniques Γ' correspondant à chaque position de Δ passent par un point fixe ω'. Démontrer que la droite ωω' passe par un point fixe, indépendant de ω.