

Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de novembre 1898. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 18
(1899), p. 141-145

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__141_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1899, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES
DES FACULTÉS DES SCIENCES.**

SESSION DE NOVEMBRE 1898. — COMPOSITIONS.

Lille.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

I. *Les fonctions $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ sont supposées continues, ainsi que leurs dérivées partielles du pre-*

mier ordre, pour tous les systèmes de valeurs de x, y , correspondant aux points situés dans une aire (A); on désigne par (C) une courbe fermée contenue tout entière dans (A).

1° Donner la condition que doivent remplir $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ pour que l'intégrale curviligne

$$\int_{(C)} [\varphi(x, y) dx + \psi(x, y) dy]$$

ait une valeur indépendante de (C);

2° En déduire les conditions que doivent remplir φ et ψ pour que l'intégrale

$$\int_{(C)} (\varphi + i\psi)(dx + i dy)$$

soit elle-même indépendante de (C);

3° Faire voir quelle est dans ce cas la propriété de la transformation géométrique définie par les deux équations

$$\chi = \varphi(x, y), \quad \gamma = \psi(x, y);$$

4° Dire quelles relations il y a alors entre les deux familles de courbes définies par les deux équations

$$\varphi(x, y) = \text{const.}, \quad \psi(x, y) = \text{const.}$$

II. 1° Développer en série de Fourier la fonction $f(x)$ égale à x dans l'intervalle $(-\pi, 0)$, et à $(x + \pi)$ dans l'intervalle $(0, \pi)$;

2° Expliquer a priori cette circonstance que le développement ne renferme pas de cosinus;

3° La fonction $f(x)$ étant toujours égale à $x + \pi$ dans l'intervalle $(0, \pi)$, quelle fonction de x doit-elle être dans l'intervalle $(-\pi, 0)$ pour que le développement ne renferme que des cosinus.

GÉOMÉTRIE.

I. Étudier la surface lieu des tangentes à une courbe gauche. Qu'entend-on par développement d'une telle surface? Quels sont les éléments qui se conservent dans cette déformation?

II. On considère une courbe gauche (c) dont la courbure est constante et égale à $\frac{1}{a}$, et la courbe (c') , lieu des centres de courbure de (c) .

On demande :

1° La valeur de la courbure de (c') et le lieu de son centre de courbure;

2° Quelles relations il y a entre les torsions de (c) et (c') aux points correspondants;

3° Le lieu des centres des sphères osculatrices, pour chacune des deux courbes (c) et (c') .

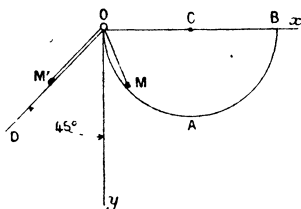
MÉCANIQUE RATIONNELLE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. Établir les équations d'équilibre d'un fil parfaitement flexible et inextensible.

II. Cas où il y a une fonction de forces. Cas d'un fil tendu sans frottement sur une surface fixe et soumis seulement à la réaction de cette surface.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère dans un plan vertical xOy un demi-cercle fixe OAB , limité au diamètre horizontal Ox et une droite OD , faisant avec la verticale Oy un angle de 45° . Deux points matériels pesants M et M' , de masses égales, sont assujettis à se mouvoir, le premier sur la demi-circonférence OAB , le second sur la droite OD . Ils sont réunis par un fil

flexible et inextensible dont la masse est négligeable et qui passe en O sur une poulie très petite d'axe normal au plan xOy et de masse négligeable.



- 1° *Trouver la position d'équilibre du système ;*
- 2° *Étudier le mouvement du système, en supposant qu'à l'instant initial on l'abandonne à lui-même sans vitesse, après avoir placé M en O et pris la précaution de tendre le fil ;*
- 3° *Étudier en particulier le cas des petites oscillations.*

MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Travail de la vapeur dans les machines Woolf et Compound. Avantages et inconvénients de ces machines.*

II. *Flambage des pièces à section constante, chargées debout. On déterminera les relations d'Euler fournissant une limite que ne doit pas excéder la charge, pour qu'il n'y ait pas flexion, dans les trois cas suivants :*

- 1° *La pièce est articulée et guidée à ses extrémités ;*
- 2° *La pièce est encastrée à ses extrémités ;*
- 3° *La pièce est encastrée à sa base, et complètement libre à l'extrémité à laquelle la charge est appliquée.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer les éléments d'une*

turbine centrifuge à axe vertical du type Fourneyron, établie sous une chute de 1^m,40; on peut disposer d'un débit de 1200^{lit} par seconde.

Produire un croquis coté (à l'échelle) de la turbine projetée, et une épure indiquant le tracé des aubes et des directrices.

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Exposer le calcul de l'éphéméride d'une planète, c'est-à-dire de l'ascension droite et de la déclinaison pour une date et en un lieu déterminés, lorsqu'on connaît les éléments de l'orbite de la planète.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer la durée du jour (non compris le crépuscule) à Lille le 25 novembre 1898. La déclinaison du Soleil à midi vrai est*

$$- 20^{\circ} 49' 18'', 03.$$

On admettra qu'elle varie proportionnellement au temps, la variation horaire étant $- 29'', 07$.

Latitude de Lille : $50^{\circ} 38' 44''$.

On ne tiendra pas compte de la réfraction.