

E. BALLY

**Évaluation géométrique de l'ordre
de la surface réglée définie par trois
directrices d'ordres m, n, p**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 17
(1898), p. 508-509

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__508_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1898, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[M²7a]

**ÉVALUATION GÉOMÉTRIQUE DE L'ORDRE DE LA SURFACE
RÉGLÉE DÉFINIE PAR TROIS DIRECTRICES D'ORDRES**

 $m, n, p;$

PAR M. E. BALLY.

On admet qu'une courbe d'ordre q et une surface d'ordre r ont qr points communs.

Soient trois courbes C_m, C_n, C_p , d'ordres m, n, p .

Si les trois directrices sont rectilignes, $m = n = p = 1$, et la surface est une quadrique d'ordre $2 = 2mnp$.

Supposons démontré que si l'une au moins C_m des directrices est rectiligne, la surface réglée correspondante $S_{1,n,p}$ est d'ordre $2np = 2mnp$.

Soit $S_{m,n,p}$ la surface relative à trois courbes quelconques. Je suppose que les points de cette surface par lesquels passent plusieurs droites rencontrant C_m, C_n, C_p sont des points singuliers ou forment des lignes singulières.

Les courbes C_m, C_n, C_p sont de telles lignes singulières. Par un point de C_m passent np droites rencontrant C_n et C_p , communes aux deux cônes d'ordres n et p qui projettent C_n et C_p . Les plans de ces droites combinées deux à deux enveloppent une ou plusieurs surfaces développables, et une droite arbitraire de l'un de ces plans est tangente à l'une de ces développables.

Pour avoir l'ordre de $S_{m,n,p}$, je vais chercher le nombre de ses points communs avec une droite C_1 satisfaisant aux deux conditions :

- 1° De n'être tangente à aucune de ces développables ;
- 2° De ne passer par aucun des points singuliers précédents.

Pour cela, je considère la surface auxiliaire $S_{1,n,p}$ définie par C_1, C_n, C_p et d'ordre $2np$, par hypothèse. Elle est coupée par C_m en $2mnp$ points par chacun desquels passe une droite, et, en vertu de la première condition, une seule rencontrant C_1, C_n, C_p . De plus, deux droites relatives à deux points différents ne peuvent se couper sur C_1 , en vertu de la deuxième condition. On trouve donc, sur C_1 , exactement $2mnp$ points, et la surface est d'ordre $2mnp$.

On peut observer comme vérification que si les trois courbes se réduisent à des systèmes de m, n, p droites, les génératrices de la surface forment mnp demi-quadriques. Je dois cette remarque à M. L. Gérard.

Si par tout point de la surface (ou de l'une de ses parties quand celle-ci se décompose) passent a droites rencontrant les trois courbes données, cette surface (ou la partie en question) doit être comptée a fois.

Par exemple, soient trois sections planes d'une quadrique. Les droites qui rencontrent ces trois courbes sont : 1° les génératrices de six cônes du second ordre, dont chacun a son sommet en un point commun à deux courbes et projette l'autre ; 2° les génératrices des deux systèmes de la quadrique. En comptant celle-ci deux fois, on trouve bien 16 pour l'ordre du lieu complet.