Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 483-484

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__483_1>

QUESTIONS.

1808. Soit M un point quelconque de l'une des asymptotes d'une hyperbole donnée, de foyers F et F'. On considère la parabole tangente à MF en F et à MF' en F'. Montrer que le foyer de cette parabole est situé sur l'hyperbole et que le lieu du sommet de la parabole se compose de deux hyperboles.

(E.-N. BARISIEN.)

1809. Les solutions communes aux deux équations

$$F(p, q, z) = 0,$$
$$F_1(r, s, t, p, q, z) = 0,$$

la seconde n'étant pas, bien entendu, une conséquence de la première, sont de la forme

$$z = \varphi(mx + ny),$$

m et n étant deux constantes. (A. PELLET.)

1810. Démontrer que la fonction

$$\varphi(x) = x^{\frac{1}{4}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-n^2\pi x}$$

croît constamment quand x varie de 1 à $+\infty$. Cette fonction satisfait à l'équation $\varphi\left(\frac{1}{x}\right) = \varphi(x)$. (J. FRANEL.)

1811. Soient a et b deux nombres entiers positifs premiers entre eux, n un nombre entier positif quelconque. Démontrer que le nombre des solutions entières, non négatives, de l'équation

$$ax + by = n$$

est égal à

$$E\left(n\frac{a'}{a}\right) + E\left(n\frac{b'}{b}\right) - n + 1;$$

a' est l'associé du nombre b suivant le module a, c'est-à-dire le nombre positif $< a$ satisfaisant à la congruence

$$(a) \qquad ba' \equiv 1;$$

semblablement, b' est l'associé de a suivant le module b; enfin $E(x)$ désigne le plus grand nombre entier contenu dans la quantité x. (J. FRANEL.)