NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

MAURICE D'OCAGNE

Sur les raccordements par arcs de cercle

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 314-317

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__314_1>

[O2q]

SUR LES RACCORDEMENTS PAR ARCS DE CERCLE [1];

PAR M. MAURICE D'OCAGNE.

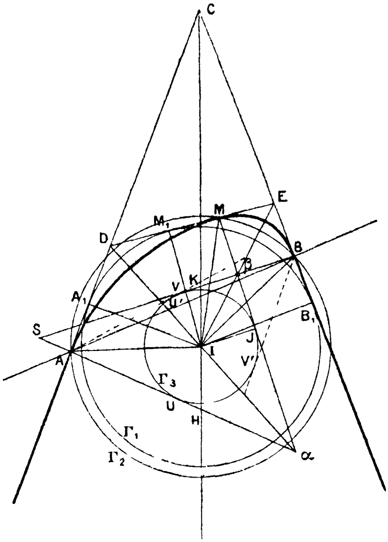
1. Soient AM et BM deux arcs de cercle de centres α et β, tangents entre eux en M et respectivement l'un à AC au point A, l'autre à BC au point B.

[1] Cette Note est extraite du Journal de mission que l'auteur a, comme Élève Ingénieur des Ponts et Chaussées, rédigé en 1884. Il s'est décidé à la publier parce qu'on y retrouve des théorèmes obtenus d'une autre façon par M. Mannheim, à propos de la construction

Leur tangente commune est DE, et l'on a

(1) $$DA = DM, \qquad EB = EM.$$

Les bissectrices des angles ADM et BEM se coupent au point I, centre du cercle ex-inscrit au triangle CDE,



situé sur la bissectrice de l'angle DCE. Ce cercle ex-inscrit touche CD, CE, DE en A_1, B_1, M_1, et l'on a

(2) $$DA_1 = DM_1, \qquad EB_1 = MM_1.$$

Le rapprochement des égalités (1) et (2) donne immédiatement

$$MM_1 = AA_1 = BB_1 = \frac{CA - CB}{2},$$

---

de l'anse de panier (*Nouvelles Annales*, 3e série, t. XVI, p. 404). Dans son Journal de mission l'auteur avait en vue les raccordements circulaires entre deux alignements droits d'une route limités en des points inégalement distants du point de rencontre de leurs prolongements. Il suffit de supposer ces alignements rectangulaires pour retomber sur le problème de l'anse de panier à deux arcs.

et, par suite, si $A\alpha$ et $B\beta$ coupent la bissectrice CI en H et K,

$$IH = IK,$$

ce qui montre que *le point* I, milieu de HK qui est indépendant de M. *est un point fixe.*

Par conséquent, le cercle Γ_1 de centre I, tangent à CA et CB, auquel DE est également tangente, est un cercle fixe.

Autrement dit : *L'enveloppe de la tangente commune* DE *est un cercle* Γ_1 *de centre* I *tangent aux droites* CA *et* CB.

Les triangles rectangles IAA_1, IBB_1 et IMM_1 étant égaux comme ayant les côtés de l'angle droit respectivement égaux, il en résulte que

$$IA = IB = IM.$$

Donc : *Le lieu du point de contact* M *est un cercle* Γ_2 *de centre* I *passant par les points* A *et* B.

Enfin la distance IJ de la droite des centres $\alpha\beta$ au point I étant égale à MM_1 est constante et égale à $\frac{CA - CB}{2}$.

Donc : *L'enveloppe de la droite des centres* $\alpha\beta$ *est un cercle* Γ_3 *de centre* I *et de rayon* $\frac{CA - CB}{2}$ (1).

De chacun des points A et B on peut mener au cercle Γ_3 une seconde tangente. Soient U et V les points de contact de AS et BS avec ce cercle, U′ et V′ ceux des secondes tangentes issues de A et de B.

Si le point de contact de la droite $\alpha\beta$ et du cercle Γ_3 est sur un des arcs UU′ ou VV′ les cercles AM et MB sont tangents *intérieurement,* mais dans le premier cas

(1) On reconnaît, dans ces deux derniers théorèmes, ceux qui ont été obtenus, pour l'anse de panier, par M. Mannheim.

le point M est *intérieur au triangle* ACB, dans le second il lui est *extérieur*.

Si le point de contact de $\alpha\beta$ est sur un des arcs UV′ ou VU′ les cercles AM et MB sont tangents *extérieurement*.

Donc, lorsqu'il s'agit d'effectuer un raccordement, *le point de contact de* $\alpha\beta$ *avec le cercle* Γ_3 *ne doit être pris que sur l'arc* VV′.

Le segment $\alpha\beta$ de la tangente au cercle Γ_3 compris entre les droites SA et SB est égal à la différence des rayons des arcs de raccordement : ce segment est minimum lorsque la droite $\alpha\beta$ forme avec SA et SB un triangle isoscèle, c'est-à-dire est parallèle à la bissectrice CI.

On obtient donc le raccordement par deux arcs de cercle dont la différence des rayons est minimum en menant au cercle Γ_3 *la tangente parallèle à la bissectrice de l'angle* ACB, *dont le point de contact se trouve entre ceux des tangentes menées à ce cercle de celui des points* A *ou* B *qui est le plus rapproché du point* C.