

M. D'OCAGNE

**Sur le déplacement d'un triangle variable
semblable à un triangle donné**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 474-476

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__474_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[08e]

**SUR LE DÉPLACEMENT D'UN TRIANGLE VARIABLE
SEMBLABLE A UN TRIANGLE DONNÉ;**

PAR M. M. D'OCAGNE.

Par une voie indirecte, M. Tarry a été amené au théorème suivant :

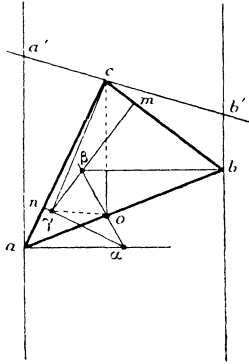
Si les sommets a et b du triangle abc , semblable à un triangle fixe, décrivent deux droites parallèles ad' et bb' , l'ordre de la courbe décrite par le sommet c est égal à la classe de la courbe enveloppe du côté ab .

J'ai donné de ce théorème une démonstration par les coordonnées parallèles d'où j'ai déduit, en outre, quelques autres remarques (¹). Je vais l'établir ici par une méthode purement géométrique, en observant d'ail-

(¹) *Nouvelles Annales*, 3^e série, t. VIII, p. 528, et t. IX, p. 171.

leurs qu'il suffit pour cela de faire voir que si le côté ab pivote autour d'un point, le sommet c décrit une droite.

Remarquons d'abord que les angles a , b et c étant



constants, les normales ox et nx aux enveloppes des côtés ab et ac se coupent en un point x de la normale en a à la courbe que décrit ce point, c'est-à-dire de la perpendiculaire ax à aa' . De même les normales $o\beta$ et $m\beta$ se coupent sur la perpendiculaire $b\beta$ à bb' , et la normale $c\gamma$ au lieu décrit par c passe par le point de rencontre γ des normales nx et $m\beta$.

En outre, le triangle $x\beta\gamma$ ayant ses côtés respectivement perpendiculaires à ceux du triangle abc est semblable à ce triangle ⁽¹⁾.

En raison du parallélisme des droites ax et $b\beta$, on a

$$\frac{ox}{o\beta} = \frac{oa}{ob}.$$

Il en résulte que les droites oc et $o\gamma$ sont homologues dans les deux triangles et, par suite, que les triangles

(1) Cas particulier d'une propriété donnée par M. Mannheim dans son *Cours de Géométrie descriptive*, 2^e édition, p. 171.

$oc\gamma$ et $ob\beta$ sont semblables. Donc, l'angle que $c\gamma$ fait avec son homologue $b\beta$ est égal à l'angle cob , et, si nous prenons la tangente $a'b'$, en c , à la courbe que décrit ce point, c'est-à-dire la perpendiculaire à $c\gamma$. nous voyons que l'angle que cette tangente fait avec bb' , perpendiculaire à $b\beta$, est égal à l'angle cob .

De là ce théorème :

L'angle que la tangente à la courbe décrite par le point c fait avec la direction des parallèles aa' et bb' est égal à l'angle que la droite joignant le point c au point o , où le côté ab touche son enveloppe, fait avec ce côté.

La propriété énoncée plus haut résulte immédiatement de ce dernier théorème. En effet, si le côté ab pivote autour du point o , le rapport $\frac{oa}{ob}$ étant constant, l'angle que oc fait avec ab l'est aussi; par suite, la tangente à la courbe que décrit le point c a une direction constante et cette courbe est une droite.