

C. BOURLET

Sur l'équilibre de la vis

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 426-429

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__426_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[R4a²]

SUR L'ÉQUILIBRE DE LA VIS;

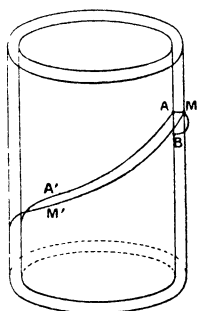
PAR M. C. BOURLET.

Pour établir, élémentairement, les conditions d'équilibre de la vis, sans tenir compte du frottement, on fait, d'ordinaire, certaines hypothèses restrictives : on admet, par exemple, que le contact n'a lieu tout le long du fi-

let que suivant une hélice moyenne et l'on ne traite que les cas de la vis à filet carré ou à filet triangulaire. Toutes ces restrictions ne me paraissent pas nécessaires et voici une démonstration, aussi simple que celles qui ont cours, et qui s'en affranchit.

Soit AMB (fig. 1) la section du filet par un plan mé-

Fig. 1.



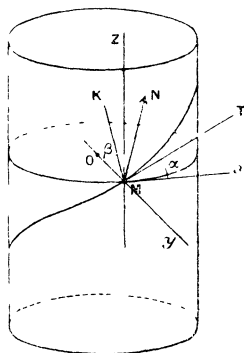
ridien du cylindre qui sert de noyau à la vis, section que je suppose de forme quelconque. Le filet de la vis est engendré par le profil AMB qui se déplace de façon que le point A décrive une hélice tracée sur le noyau, tandis que la droite AB reste parallèle à l'axe du cylindre et que le plan AMB reste normal au cylindre. Tout point M de ce profil décrit une hélice tracée sur un cylindre dont le rayon est différent de celui du noyau, mais toutes les hélices ainsi engendrées offrent la particularité d'avoir le *même pas* qui est le *pas de la vis*. Je désigne par h ce pas commun, par α l'angle que fait la tangente en un point quelconque de l'hélice, décrite par le point M , avec le plan d'une section droite du cylindre et par r le rayon du cylindre sur lequel cette hélice est tracée. On a toujours la relation

$$r \tan \alpha = \frac{h}{2\pi};$$

le produit $r \tan \alpha$ est donc le même pour *toutes* les hélices tracées sur la surface du filet.

Ceci posé, soit M un point quelconque de cette surface. Je figure le cylindre sur lequel est tracée l'hélice qui passe en M (*fig. 2*). Soit Mx la tangente en M

Fig. 2.



au parallèle du cylindre qui passe en M , Mz la génératrice, My la normale au cylindre, MT la tangente à l'hélice de M . L'angle TMx est égal à α . Le plan tangent au point M à la surface du filet coupe le plan Mxz suivant MT ; soit MK son intersection avec le plan Myz et désignons par β l'angle de MK avec la normale MO . L'équation du plan tangent TMK , par rapport au trièdre $Mxyz$, est, manifestement,

$$z - x \tan \alpha + y \tan \beta = 0.$$

Soit N la réaction normale du filet sur l'écrou au point M , X , Y , Z les composantes de cette réaction suivant Mx , My , Mz ; la réaction N étant normale au plan KMT , on a

$$\frac{X}{-\tan \alpha} = \frac{Y}{\tan \beta} = \frac{Z}{1},$$

d'où

$$(1) \quad X = -Z \tan \alpha.$$

Le moment de cette réaction par rapport à l'axe du cylindre sera donc

$$(2) \quad rX = -rZ \operatorname{tang} \alpha = -\frac{h}{2\pi} Z.$$

Supposons maintenant que la vis soit soumise à une résistance P dirigée suivant l'axe du cylindre et à une puissance F parallèle au plan d'une section droite et agissant sur un bras de levier de longueur a . Écrivons les deux équations d'équilibre de la vis :

1° Que la somme des projections de toutes les forces sur l'axe du cylindre est nulle,

$$(3) \quad P = \sum Z;$$

2° Que la somme des moments de toutes ces forces par rapport à cet axe est nulle,

$$aF = -\sum rX = \sum \frac{h}{2\pi} Z.$$

Comme $\frac{h}{2\pi}$ est constant, ceci s'écrit :

$$(4) \quad aF = \frac{h}{2\pi} \sum Z.$$

Dans les deux équations (3) et (4) la somme $\sum$ est étendue à *toutes* les réactions N en *tous* les points du filet et $\sum Z$ a la même valeur des deux côtés. De ces deux équations on conclut, par suite, l'équation d'équilibre

$$aF = \frac{h}{2\pi} \cdot P,$$

qui, ainsi, se trouve établie dans toute sa généralité.
