Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 82-93

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__82_0>

BIBLIOGRAPHIE.

Leçons nouvelles sur l'Analyse infinitésimale et ses applications géométriques, par M. *Ch. Méray*, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon. — *Deuxième Partie :* Étude monographique des principales fonctions d'une seule variable. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1895. Un Volume gr. in-8° de XI-495 pages. Prix : 14fr.

I.

Il y a un an, j'eus le plaisir d'annoncer aux lecteurs des *Nouvelles Annales* l'apparition de la première Partie de l'Ouvrage de M. Méray; et je disais alors : « Il faut bien se garder de juger ce premier Volume isolément. Chaque Chapitre est une introduction toute prête à des Chapitres des Volumes suivants, ... » et je promettais aux lecteurs de nombreuses surprises, des méthodes nouvelles, à la fois ingénieuses et profondes. Je suis heureux de pouvoir dire de suite que M. Méray ne m'a pas fait mentir et que le nouveau Volume dépasse même nos espérances.

Il contient, faite au point de vue personnel de l'auteur, une étude monographique, très détaillée parfois, des principales fonctions d'une seule variable, fonctions dont les plus simples sont les matériaux usuels des calculs courants : radicaux, irrationnelles algébriques (renfermées ici dans le cas bien plus vaste où il s'agit d'une fonction implicite engendrée par la résolution d'une équation *olotrope* entre elle et la variable), la fonction logarithmique et l'exponentielle, les fonctions circulaires; enfin, ce qu'il y a d'essentiel dans la théorie des fonctions elliptiques et dans celle des fonctions eulériennes.

Fidèle à son principe fondamental et aussi à sa promesse, M. Méray continue à faire sortir toutes choses, même les particularités numériques, de la considération exclusive des séries entières qui lui fournissent parfois les ressources les plus inattendues (Ch. III, IV, V).

S'attachant de préférence aux idées générales, dédaignant les expédients et les artifices, et ne se souciant que d'assurer aux raisonnements une rigueur absolue, il apporte à l'appui de chaque fait analytique la preuve la plus propre à en faire saisir la cause et pressentir les conséquences.

Une particularité curieuse que je signalerai de suite est l'élimination, consommée définitivement dans ce Volume, des considérations de Trigonométrie géométrique avec le secours desquelles on traite, d'ordinaire, d'abord les fonctions circulaires, puis l'exponentielle imaginaire et, *à leur suite,* l'équation binome.

S'ils peuvent choquer des habitudes invétérées, le plan et les procédés de M. Méray lui ont permis de montrer que la seule conception du *nombre entier abstrait* suffit à toute l'Analyse, qu'en dépit de leur variété infinie, les vérités analytiques qui offrent un caractère normal, *d'une utilité certaine*, ne sont, au fond, que de simples propriétés des séries entières.

II.

Entrons maintenant dans quelques détails sur les treize Chapitres dont le Volume se compose. Le premier Chapitre contient l'extension des propriétés fondamentales des polynomes entiers à des fonctions olotropes quelconques. J'y signalerai, tout particulièrement, une démonstration du théorème de d'Alembert qui, non seulement établit l'existence des racines d'une équation entière, mais encore fournit *ipso facto* pour elles un procédé de calcul effectif. Elle avait déjà paru dans le *Bulletin des Sciences mathématiques,* 1891, mais précédée de certains préliminaires qui, ici, se trouvent à leur place, ailleurs. A la suite, l'étude de la variation des fonctions d'une variable réelle par les dérivées.

Le second Chapitre est consacré à la définition et à l'étude des propriétés générales des fonctions *méromorphes,* c'est-à-dire de celles qui sont aux fonctions olotropes ce que les fractions rationnelles sont aux polynomes entiers.

Comme aucune question de principe ne se trouve engagée ici, M. Méray abandonne une terminologie qu'il avait employée autrefois, pour se rallier à l'expression proposée plus tard par Briot et Bouquet; en cela, tout au moins, il ne montre pas l'intransigeance qui lui a été imputée quelquefois. Dans un paragraphe spécial, on trouve la discussion des expressions se présentant sous les formes indéterminées $\frac{0}{0}$, ∞, $-\infty$, ..., c'est-à-dire, d'après l'auteur, de certaines fonctions composées entrant dans des phases singulières. Vient enfin une exposition très complète des principes du *Calcul des résidus*. Depuis longtemps déjà on ne parle plus guère que de la relation si connue existant entre l'intégrale définie et le résidu intégral d'une fonction méromorphe, pris sur un contour fermé. M. Méray dit lui-même : « Le Calcul des résidus n'a pas l'importance de ces théories qui dominent les vastes parties de l'Analyse »; mais en ajoutant aussitôt : « il a fourni quelques formules d'une rare élégance », il légitime la place qu'il lui a faite, peut-être un peu par respect pour Cauchy, son maître.

III.

J'arrive, maintenant, au Chapitre III, la *Fonction radicale simple*, qui, je m'empresse de le dire, est un petit chef-d'œuvre. A lui seul, tant je le trouve instructif, je voudrais pouvoir consacrer toute cette analyse; mais, hélas! il faut savoir se limiter. Il débute par la règle de convergence de Gauss exposée magistralement sous une forme plus générale, et cependant plus simple, qui devrait lui valoir droit de cité dans l'enseignement : *Pour une série dont le terme général* u_n *reste réel et positif et où le rapport* $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ *est une fonction de* $\frac{1}{n}$, *olotrope en* $\frac{1}{n} = 0$, *se développant en*

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = 1 + g_1 \frac{1}{n} + g^2 \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \dots,$$

il y a convergence quand g_1 *est* < -1, *divergence quand* $g_1 \geqq -1$.

M. Méray nomme *fonction radicale simple* la fonction implicite u de x définie par l'équation rationnelle binome

$$u^m - x^n = 0,$$

la plus simple de toutes, évidemment. La théorie générale, depuis longtemps exposée dans le premier Volume, en fournit immédiatement le développement exécuté à partir des valeurs initiales $x = x_i$, $u = u_i$:

$$u = u_i - \mu \frac{u_i}{x_i} \frac{x - x_i}{1} + \ldots$$
$$+ \mu(\mu - 1)\ldots(\mu - k + 1) \frac{u_i}{x_i^k} \frac{(x - x_i)^k}{k!} + \ldots,$$

où l'on a posé $\mu = \frac{n}{m}$. A cette série $f(\mu, x)$ est aussitôt substituée la pseudo-fonction $\psi(\mu, x)$ qui n'est autre chose que la fonction précédente construite avec les valeurs initiales particulières $x = 1$, $u = 1$. Il ne reste plus qu'à étudier cette série en elle-même, abstraction faite de son origine, et alors on voit immédiatement qu'on est conduit à la définition générale de la fonction x^μ pour toutes les valeurs de μ, même imaginaires. Le procédé qu'on emploie d'ordinaire consiste à poser, *ex abrupto*,

$$x^\mu = e^{\mu l(x)};$$

mais, tout de suite, on sent ce qu'il comporte d'artificiel. Ne paraît-il pas peu logique de passer par deux transcendantes, l'exponentielle et le logarithme, pour définir, d'une façon générale, la fonction si simple x^μ ! Nous devons savoir gré à l'auteur de nous avoir fait enfin descendre à des considérations *analytiques*, débarrassées de toute transcendante, et plus d'un professeur regrettera que le temps trop limité dont il dispose ne lui permette pas de suivre cette autre marche si naturelle et au fond si simple.

L'étude de la fonction $\psi(\mu, x)$, faite *directement* sur la série et ses prolongements successifs, conduit à la connaissance de toutes ses propriétés caractéristiques, extensions de celles des puissances proprement dites. On a même du coup le développement de la fonction suivant les puissances du paramètre μ. Ensuite, on arrive tout naturellement aux déterminations multiples de $\psi(\mu, x)$ au bout des chemins non équivalents par lesquels x peut atteindre une même valeur donnée, c'est-à-dire de ceux que sépare l'origine, seul point où la fonction entre dans une *phase critique*. En $x = X$, ces déterminations $U^{(\pm k)}$ sont liées à l'une d'entre elles U, choisie arbitrairement, par la formule

$$U^{(\pm k)} = \Phi^{\pm k} U,$$

où Φ désigne un facteur ne dépendant que de μ.

Ici se présentait une certaine difficulté. Dans les questions de pure Algèbre, M. Méray pousse l'horreur des transcendantes, ou plutôt son souci d'établir entre toutes choses une filiation étroite et naturelle, jusqu'à bannir la Trigonométrie élémentaire. Il ne nous a jamais parlé de l'argument d'une imaginaire, et il ne nous en parlera pas avant d'avoir étudié la transcendante logarithmique en son lieu et place. Cependant, l'étude complète de $\psi(\mu, x)$ et du multiplicateur connexe $\Phi(\mu)$ exige des connaissances équivalentes à celle de la manière dont varie avec μ ce que nous appelons l'*argument* de cette dernière quantité. Il tourne bien simplement la difficulté, en substituant à la notion de l'*argument* celle de la *pente* d'une imaginaire.

La *pente* d'une imaginaire $a + bi (a \gtreqless 0,\ b \gtreqless 0)$ est le quotient $\frac{b}{a}$ où nous verrions la tangente trigonométrique de l'argument. On conçoit aisément que ce nouvel élément puisse remplacer l'argument, et M. Méray réussit ainsi à nous donner une idée très nette et très complète de sa fonction $\psi(\mu, x)$. Il établit directement, d'une façon tout à fait élégante, les propriétés du multiplicateur $\Phi(u)$ qu'il discute facilement, puis il arrive naturellement à la résolution numérique de l'équation binome. Pour la racine $m^{\text{ième}}$ de l'unité, on trouve, en particulier, les valeurs

$$\Phi(0) = 1, \qquad \Phi\left(\frac{1}{m}\right), \qquad \Phi\left(\frac{2}{m}\right), \qquad \ldots, \qquad \Phi\left(\frac{m-1}{m}\right).$$

La discussion des *phases critiques* d'une fonction implicite u de x, définie par la relation

$$f(x, u) = 0,$$

où $f(x, u)$ est une fonction olotrope, fait l'objet du Chapitre IV. C'est la généralisation, opérée par des procédés nouveaux, de l'étude de l'irrationnelle algébrique au voisinage des points critiques x_0, u_0 en lesquels on a

$$\frac{\partial}{\partial u} f(x, u) = 0,$$

question dont la solution, d'un intérêt si capital, a illustré le nom de Puiseux. M. Méray établit encore l'existence de ces fonctions implicites, dans les circonstances exceptionnelles où l'on se trouve placé, par des développements en séries entières exécutés toujours *directement ;* mais il lui a fallu imaginer des moyens particuliers imitant les procédés lumineux de la théorie courante des équations algébriques et remettant en jeu la *méthode des coefficients indéterminés*. Il recherche d'abord les racines olotropes (tendant vers u_0 en même temps que x vers x_0) et il ramène ensuite la recherche des racines non olotropes à la précédente, en montrant qu'on peut toujours assigner un exposant entier n tel que l'équation

$$f(x_0 + t^n, u) = 0$$

offre, en $t = 0$, $u = u_0$, des racines fonctions olotropes de t. Il suffit alors de faire la substitution inverse $t = (x - x_0)^{\frac{1}{n}}$, pour obtenir des développements spéciaux propres aux racines non olotropes. La méthode de calcul pratique ne diffère pas de celle de Puiseux, consistant à former le contour polygonal qui enveloppe les *jalons*, c'est-à-dire les points par lesquels on a représenté graphiquement les paires d'exposants des divers termes effectifs du développement de $f(x, u)$. Ici, je reprocherai à M. Méray de ne pas avoir appuyé ses explications par une figure, et surtout de ne pas les avoir illustrées par un exemple numérique dans l'étude duquel les lecteurs novices auraient trouvé un grand secours ; l'espace, sans doute, lui aura manqué ici comme ailleurs.

Toute cette partie de l'Ouvrage est certainement celle qui a dû coûter le plus d'efforts à l'auteur, celle qu'il a dû *polir et remettre sur le métier* le plus souvent. C'est aussi celle où se mettent le mieux en lumière ses grandes qualités de logicien et de mathématicien consommé.

IV.

Au Chapitre V on aborde l'étude des transcendantes classiques. Pour M. Méray, « toutes les transcendantes peuvent être considérées comme des résultats prochains ou éloignés d'intégrations exécutées sur des expressions de nature auparavant connue » ; en conséquence, il les définit par de telles intégrations, par l'inversion des fonctions ainsi obtenues, etc. Cette méthode, qui est bien souvent la méthode historique, est celle aussi qui, dès l'abord, fait le mieux concevoir la portée et l'utilité de pareilles conceptions.

La fonction $l(x)$ et son inverse e^x sont définies simplement par l'intégrale

$$l(x) = \int_1^x \frac{dx}{x}$$

et par l'équation différentielle

$$\frac{du}{dx} = u,$$

inverse de la relation précédente. De là, par la seule application des principes généraux, découlent immédiatement les développements et toutes les propriétés spécifiques de ces fonctions. Je note, en passant, une expression nouvelle qui me paraît heureuse : par le mot *augment,* M. Méray désigne ce que nous appelons d'ordinaire la *période* du logarithme, laissant ainsi à ce dernier le sens naturel qui lui est attaché dans la théorie des fonctions périodiques. M. Méray rattache aux intégrations génératrices du logarithme, et à l'existence de son augment, le théorème de Cauchy établissant la relation si connue entre les intégrales définies et les résidus. Il en rapproche également son autre fameux théorème sur le nombre des racines offertes par une équation à l'intérieur d'un contour fermé ; on sait que celui de d'Alembert peut être considéré comme un corollaire de ce dernier. M. Méray ne paraît reproduire cette remarque qu'à regret. Il n'aime effectivement que les grandes routes bien droites, évitant les petits sentiers qui mènent quelquefois plus vite au but, mais sans laisser bien apercevoir où l'on va ni par où l'on a passé.

Le Chapitre VI traite des fonctions circulaires.

Contrairement à nos habitudes, l'auteur commence par l'étude des fonctions $\tang x$, $\cot x$, $\operatorname{arc\,tang} x$, $\operatorname{arc\,cot} x$, définies par des intégrations de fractions rationnelles

$$\operatorname{arc\,tang} x = \int_0^x \frac{dx}{x^2+1}, \qquad \ldots.$$

Son point de vue spécial aurait pu lui faire placer cette étude aussi bien dans le Chapitre précédent, pour y rassembler tout ce qui concerne l'intégration des différentielles rationnelles. Mais il aura préféré n'embarrasser d'aucun accessoire sa théorie du logarithme et de l'exponentielle, et laisser, avec les fonctions circulaires, tout ce qui en porte le nom et en a l'importance dans les applications.

La réduction de l'intégrale ultra-elliptique la plus générale,

$$\int F\left[x, \sqrt{\varphi(x)}\right] dx,$$

aux types des trois espèces précède l'étude des fonctions $\sin x$ et $\cos x$. Comme on voit, de suite, que les deux cas où le degré k du polynome $\varphi(x)$ est $= 2n - 1$ ou $= 2n$ se ramènent toujours l'un à l'autre, celui où $k = 2$ (fonctions circulaires) se réduit à celui où $k = 1$; ce dernier conduisant à une différentielle rationnelle, par une substitution évidente, on aperçoit, en somme, que les intégrales circulaires sont exprimables au moyen des fonctions rationnelles, radicales et logarithmiques, et que leur étude revient aussi à celle de fonctions connues.

Le sujet principal du Chapitre VII est le développement des fonctions circulaires, des fonctions unipériodiques polarisées, pour parler plus exactement, en séries de fractions simples, puis en produits infinis. La méthode qui fournit les développements du premier genre est, sauf la complication résultant de la présence de *séries* de fractions simples au lieu de *sommes* de pareilles fractions, identique à celle qui, dans le Chapitre II, avait procuré une décomposition analogue pour une fraction rationnelle quelconque. Une intégration, suivie d'un passage des logarithmes aux nombres, conduit ensuite aux produits infinis. Le premier paragraphe mérite une mention toute spéciale. Le plan servant à la notation graphique de la variable x, d'une fonction unipériodique, peut être découpé en bandes égales, à bords rectilignes tous parallèles, dans une seule desquelles il suffit d'étudier la fonction. Une direction *polaire* conduit à l'infini, parallèlement au bord des bandes; elle est *boréale* ou *australe* suivant qu'on s'éloigne dans un sens ou dans l'autre. La fonction est alors dite *polarisée* si elle a des limites $u+$, $u-$ (ou bien est infinie) quand x s'éloigne indéfiniment dans les directions polaires, boréales et australes, respectivement. Les fonctions pourvues de ce caractère jouissent de propriétés tout à fait semblables à celles des fonctions bipériodiques, et leur étude est la meilleure préparation à celle de ces dernières. La recherche des développements en question conduit aux fonctions

$$\xi_i(x, \Pi) = \sum_{m=-k}^{m=+k} \frac{1}{(x - m\Pi)^i}, \qquad (k = \infty),$$

et

$$o(x, \Pi) = \ldots \left(1 + \frac{x}{\Pi}\right) x \left(1 - \frac{x}{\Pi}\right) \cdots \left(1 - \frac{x}{m\Pi}\right) \cdots$$

$$= x e^{\int_0^x \left[\xi_1(x, \Pi) - \frac{1}{x}\right] dx},$$

qui, toutes, sont unipériodiques et polarisées. Enfin, on trouve, presque immédiatement,

$$\cot x = \xi_1(x, \Pi), \quad \frac{1}{\sin^2 x} = \xi_2(x, \Pi), \quad \ldots, \quad \sin x = o(x, \Pi),$$

....

Un dernier paragraphe de deux pages fait connaître le résultat très intéressant de l'intégration d'une fonction unipériodique polarisée quelconque.

V.

Une théorie sommaire des fonctions elliptiques, élargie bientôt jusqu'à embrasser toutes les fonctions bipériodiques méromorphes, forme la matière des Chapitres VIII à XII. Pour point de départ, M. Méray reprend l'intégrale

$$x = \int \frac{du}{\sqrt{\varphi(u)}},$$

ou $\varphi(u)$ est un polynome du troisième ou du quatrième degré en u. L'inversion, faite ici d'une manière tout à fait rigoureuse, fournit une fonction de x, indéfiniment méromorphe, que l'auteur désigne par $E(x)$ lorsque le degré de $\varphi(u)$ est 4, par $E_\infty(x)$ lorsqu'il est 3. Ces fonctions sont bipériodiques, et je signale tout spécialement l'élégante démonstration du fait que le rapport des périodes est imaginaire, c'est-à-dire qu'il y a *effectivement* deux périodes.

L'équation en x

$$E(x) = u$$

a des racines distinctes dans chaque parallélogramme élémentaire, sauf le cas où u a l'une des quatre valeurs a, b, c, d, racines de l'équation $\varphi(u) = 0$, cas où les deux racines sont confondues. Ces quatre quantités a, b, c, d, qui jouent un grand rôle dans la théorie, sont ce que l'auteur appelle les valeurs *cardinales* de $E(x)$ [pour $E_\infty(x)$, l'une d'elles peut être considérée comme étant infinie].

L'existence de fonctions bipériodiques méromorphes ayant été ainsi établie, M. Méray étudie leurs propriétés générales rattachées à l'hypothèse de la double périodicité. Pour arriver à la notion capitale de l'*ordre* d'une fonction bipériodique, il ne passe pas par la considération des infinis, des résidus, etc.; il montre simplement, en s'appuyant sur la théorie des fonctions implicites, que toute variation de la quantité u dans l'équation

$$f(x) = u$$

laisse invariable la somme des degrés de multiplicité des racines x qui sont contenues dans le parallélogramme des périodes. L'emploi de ces moyens si simples le conduit même au célèbre théorème de M. Hermite formulant la nullité de la somme des résidus, proposition qu'on avait toujours rattachée à la considération d'une intégrale définie.

Dans un Chapitre spécial sont traitées, pour les fonctions bipériodiques, et cela par une méthode absolument identique, les questions résolues au Chapitre VII pour les fonctions unipériodiques polarisées. Ici, les éléments simples faisant pendant aux fonctions $\xi_i(x)$ sont les fonctions

$$\Xi_i(x) = \lim \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x - m\Pi - n\Omega)^i},$$

sommes de séries de fractions simples quadruplement infinies. Pour $i > 2$, ces fonctions sont parfaitement définies; mais, pour $i = 1$ ou $= 2$, la limite de la somme dépend du mode de sommation. En particulier, on obtient ainsi une infinité de fonctions $\Xi_1(x)$. Le rôle de la fonction $o(x)$ du Chapitre VII est joué ici par une infinité de fonctions $O(x)$ liées chacune à une fonction $\Xi_1(x)$ par la même relation

$$O(x) = xe \int_0^x \left[\Xi_1(x) - \frac{1}{x}\right] dx.$$

Parmi les fonctions $\Xi_1(x)$, $\mathrm{O}(x)$, se trouvent les fonctions ${}^{(\Pi)}\Xi_1(x)$, ${}^{(\Pi)}\mathrm{O}(x)$, qui admettent la période Π sans être polarisées, ni bipériodiques. Au fond, la dernière n'est autre chose que la fonction $\theta_1(x)$ de Briot et Bouquet.

Après ces généralités, M. Méray passe aux points saillants de la théorie des fonctions bipériodiques du second ordre, lesquelles ne diffèrent pas des fonctions $\mathrm{E}(x)$ et $\mathrm{E}_\infty(x)$. Dans sa démonstration de la formule générale d'addition, il fait jouer un rôle important et intéressant à l'irréductibilité de l'équation différentielle. Puis il expose une simple ébauche du problème de la transformation pour s'attacher seulement au cas où il la dit *primaire*. Une transformation est primaire lorsque les deux fonctions $f(x)$ et $f_1(x)$ sont liées homographiquement. On voit facilement qu'on doit avoir alors

$$f_1(x) = f(x + \Gamma),$$

Γ ayant une des quatre valeurs O, $\frac{\Pi}{2}$, $\frac{\Omega}{2}$, $\frac{\Pi + \Omega}{2}$, et Π, Ω désignant les périodes élémentaires communes aux deux fonctions. Ceci conduit à deux relations importantes, l'une et l'autre de la forme

$$\alpha f(x) f\left(x - \frac{\Pi}{2}\right) + \beta\left[f(x) + f\left(x + \frac{\Pi}{2}\right)\right] + \gamma = 0,$$

où les constantes α, β, γ sont données en fonction des valeurs cardinales a, b, c, d par les équations linéaires

$$\begin{cases} ab\alpha + (a + b)\beta + \gamma = 0, \\ cd\alpha + (c + d)\beta + \gamma = 0. \end{cases}$$

C'est en cherchant ensuite les fonctions du second ordre, pour lesquelles la transformation primaire relative à Ω prend la forme de simplicité maxima

$$f(x) + f\left(x + \frac{\Omega}{2}\right) = 0,$$

que M. Méray arrive enfin à la fonction elliptique canonique de Jacobi $\lambda(x)$ ou $\mathrm{sn}(x)$, puis à $\mathrm{cn}(x)$, $\mathrm{dn}(x)$, $\mathrm{tn}(x)$, dont les propriétés particulières ne sont plus que des corollaires faciles de la théorie générale.

Je suis forcé d'exprimer encore un regret, celui que M. Méray n'ait pas songé à parler aussi des fonctions canoniques de

M. Weierstrass. On tend de plus en plus à substituer à celles de Jacobi ces dernières, qui sont beaucoup plus commodes, et tous les Traités récents sur les fonctions elliptiques, ceux en particulier de MM. de Sparre, Halphen, Tannery et Molk, procèdent presque exclusivement ainsi. Il semble donc que, dans un livre de l'importance de celui dont je parle, il eût été bon, ne fût-ce qu'à titre de renseignement, de faire connaître, au moins à grands traits, des notations dont l'usage est en passe de devenir courant. Mais je compte peut-être encore une fois sans l'exiguïté de l'espace dont M. Méray pouvait disposer.

Le Chapitre XIII, le dernier du Volume, contient un précis très condensé de la théorie des fonctions $B(p, q)$ et $\Gamma(p)$ où l'on retrouve les soins et la méthode facile auxquels l'auteur nous a habitués.

Cet examen rapide montre que cette deuxième Partie de l'œuvre de M. Méray ne le cède en rien à la première. Il me semble fâcheux que toutes deux n'aient pas été publiées en même temps, car celle-ci aurait beaucoup gagné à être illustrée et expliquée par celle-là. En lisant le Volume récent, j'ai dû revenir souvent au premier, et alors seulement j'ai senti l'importance de certains détails, que leur utilité dans le second peut seule rendre tout à fait visible.

Je termine en conseillant plus vivement encore la lecture des *Leçons* de M. Méray à tous ceux que les Mathématiques intéressent; elles contiennent des aperçus originaux, d'une grande hauteur et d'une grande netteté, sur toutes les questions vitales de l'Analyse générale et je ne connais que fort peu d'ouvrages qui soient aussi bien ordonnés, aussi logiques, aussi abondamment nourris de grandes et belles conceptions.

C. Bourlet.