Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 55-56

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__55_1>

QUESTIONS.

1706. Par chaque point M d'une ellipse on mène deux droites qui rencontrent le grand axe sous l'angle d'anomalie excentrique relatif à M.

Chacune de ces droites enveloppe une hypocycloïde à quatre rebroussements. (E.-N. BARISIEN.)

1707. Les courbes (M) et (M') sont caustiques réciproques par rapport à la courbe (A), c'est-à-dire que les tangentes MA et M'A aux courbes (M) et (M') font des angles égaux avec la normale $A\alpha$ en A à la courbe (A), α étant le centre de courbure correspondant. La perpendiculaire abaissée de M sur $A\alpha$ coupe AM_1 en M'. Démontrer que la perpendiculaire élevée en M à MM' et la perpendiculaire élevée en M' à AM' se coupent sur la droite αM_1, ce qui permet de construire le point M_1 lorsque M et α sont connus.

Corollaire. — Si la courbe (A) est une conique de foyers M et M', ce théorème fait connaître le centre de courbure α répondant au point A de la conique. (M. D'OCAGNE).

1708. Soit M le pied de la perpendiculaire abaissée du point fixe O sur la tangente en A à la courbe (A). Le point M décrit la podaire (M) de la courbe (A) pour le point O. La perpendiculaire élevée en O à OM coupe la normale en A à la courbe (A) au point m. On sait que Mm est la normale à la podaire (M).

Soient, en outre, α et μ les centres de courbure des courbes (A) et (M) répondant aux points A et M.

On a les théorèmes suivants :

I. Si la perpendiculaire élevée à OA au point O coupe $A\alpha$ au point B, et si MB coupe $O\alpha$ au point D, la droite AD passe par μ.

II. Si la perpendiculaire élevée à Mm en m coupe OM au point H, la droite qui joint le point H au milieu I de $O\alpha$ passe par μ.

III. Si J est le pied de la perpendiculaire abaissée de α sur OM, K le pied de la perpendiculaire abaissée de J sur Mm, L le pied de la perpendiculaire abaissée de K sur $A\alpha$, la droite OL passe par μ.

Le théorème I a été démontré par M. Husquin de Rhéville dans les *Nouvelles Annales* (3^e série, t. IX, p. 142). J'ai obtenu les théorèmes II et III par des voies absolument différentes. Je propose ici de déduire ces deux théorèmes du précédent. (M. D'OCAGNE.)

1709. On donne sur un plan les circonférences de cercles C_1, C_2, C_3. On trace une circonférence O tangente à C_1 et C_2.

On demande :

1° Quelle est l'enveloppe de l'axe radical de C_3 et de O, lorsque cette dernière courbe varie en restant tangente à C_1 et C_2?

2° Quel est le lieu du point de rencontre de cet axe radical et de la droite qui joint les points de contact de O avec C_1 et C_2? (MANNHEIM).

1710. Une série de bougies, de compositions et de hauteurs différentes, sont posées verticalement sur une table et allumées au même instant. Démontrer : 1° que généralement le centre de gravité du système formé par les bougies décrit une série d'arcs d'hyperboles successives; 2° qu'à un instant quelconque l'hyperbole correspondante a une asymptote verticale qui passe par le centre de gravité primitif des parties consumées des bougies qui brûlent encore à l'instant considéré.

(WALTON).