Nouvelles annales de mathématiques

Lognon

Généralisation de la formule de Wilson

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 503

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__503_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

[13b]

GÉNÉRALISATION DE LA FORMULE DE WILSON;

PAR M. LOGNON.

On sait que, si $n+1$ est un nombre premier, on a,

$$n!+1=(n+1)e_1, \tag{1}$$

e_1 étant un nombre entier.

Je dis que, si $n+1$ est premier, on a

$$(n!)^p+(-1)^{p+1}=(n+1)e_p, \tag{2}$$

e_p étant un entier et p un entier positif quelconque.

En effet, pour $p=1$, la formule (2) se confond avec la formule (1). Je vais alors supposer que l'égalité (2) est vérifiée pour $p=k$ et montrer qu'elle l'est encore pour $p=k+1$.

Soit donc

$$(n!)^k+(-1)^{k+1}=(n+1)e_k;$$

multiplions les deux membres par $n!$

$$(n!)^{k+1}+(-1)^{k+1}n!=(n+1)e_k n!.$$

Mais, d'après (1),

$$n!=(n+1)e_1-1.$$

Dans la formule précédente, remplaçons

$$(-1)^{k+1}n! \quad \text{par} \quad (-1)^{k+1}[(n+1)e_1-1];$$

nous avons

$$(n!)^{k+1}+(-1)^{k+1}[(n+1)e_1-1]=(n+1)n!e_k$$

ou

$$(n!)^{k+1}+(-1)^{k+2}=(n+1)[n!e_k+(-1)^{k+2}e_1],$$

$$(n!)^{k+1}+(-1)^{k+2}=(n+1)e_{k+1}.$$

C. Q. F. D.