Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 487-488

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__487_1>

QUESTIONS.

1747. 1° On pose, a, b, a_0 étant trois quantités réelles :

$$a_n + b_n i = \frac{(a+bi+2)(a+bi+4)\ldots(a+bi+2n)}{(a+2)(a+3)\ldots(a+n+1)} a_0.$$

Démontrer que l'on a

$$(1)\quad a_{2p+1} - C_{2p+1}^{1} a_{2p} + C_{2p+1}^{2} a_{2p-1} - \ldots + (-1)^{2p+1} a_0 \equiv 0,$$
$$(2)\quad b_{2p} - C_{2p}^{1} b_{2p-1} + C_{2p}^{2} b_{2p-2} - \ldots + (-1)^{2p-1} b_1 \equiv 0.$$

2° En particulier, on fera $a + bi = \frac{\rho}{c}(\cos\omega + i\sin\omega)$, puis $c = 0$. De l'identité (1) correspondante, déduire qu'on peut, d'une infinité de manières, satisfaire à l'identité suivante :

$$A_0\cos(2n+1)\omega - A_1\cos\omega\cos 2n\omega + A_2\cos^2\omega\cos(2n-1)\omega + \ldots + A_{2n+1}\cos^{2n+1}\omega \equiv 0,$$

A_0, A_1, A_2, ... A_{2n+1} étant indépendants de ω, et n au moins de ces quantités étant arbitraires. (R. GILBERT.)

1748. Si une conique est inscrite à un triangle ABC en α, β, γ, les droites joignant les milieux des côtés BC, CA, AB aux milieux des droites $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$ sont concourantes au centre de la courbe. Étant donnés le centre d'une conique et trois tangentes, trouver les points de contact. (P. SONDAT.)

1749. On sait que le centre de gravité de l'aire d'un quadrilatère ABCD, dont les diagonales se coupent en O, est le barycentre des cinq points A, B, C, D, O, affectés des coefficients 1, 1, 1, 1, —1.

On a aussi la proposition analogue que voici :

Le centre de gravité du volume d'un octaèdre dont les diagonales AA', BB', CC' concourent en un point O, est le barycentre des points A, A', B, B', C, C', O affectés des coefficients 1, 1, .., 1, —2. (FONTENÉ.)