Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

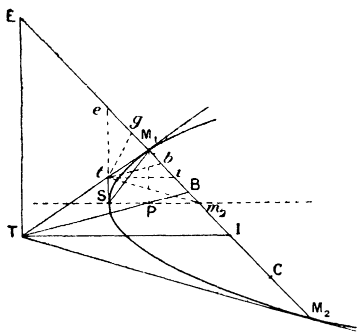
Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 432-434

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__432_1>

CORRESPONDANCE.

M. M. (*Paris*). — Dans son Travail *Sur les cordes normales de la parabole,* qui vient de paraître, p. 274, M. d'Ocagne trouve par le calcul quelques propriétés qu'on peut établir ainsi par la Géométrie.

Soit M_1M_2 une corde normale en M_1 à une parabole de sommet S. Les tangentes en M_1, M_2 se rencontrent



en T et M_1M_2 coupe en m_2 l'axe de la parabole. La droite TI, parallèle à l'axe, passe par le point I milieu de M_1M_2.

La tangente au sommet S coupe M_1T en t et la parallèle à l'axe menée de ce point passe par le point i milieu de M_1m_2. De là, puisque les triangles tM_1i, TM_1I sont semblables, il résulte que tm_2 est parallèle à TM_2. L'angle m_2tM_1 est donc égal à l'angle que font entre elles les tangentes TM_1, TM_2; mais les points S, t, M_1,

m_2 étant sur une circonférence de cercle, l'angle $m_2 t M_1$ est égal à l'angle $m_2 S M_1$; donc, *l'angle compris entre les tangentes* TM_1, TM_2 *est égal à l'angle de* SM_1 *et de l'axe de la parabole.*

Il résulte d'une propriété due à Ribaucour ([1]) que la perpendiculaire TE à l'axe rencontre $M_1 M_2$ en un point E tel que $M_1 E$ est égal au rayon de courbure $M_1 C$ de la parabole en M_1.

Abaissons la perpendiculaire $M_1 P$ sur l'axe. On a

$$\frac{EM_1 \text{ ou } M_1 C}{M_1 M_2} = \frac{e M_1}{M_1 m_2} = \frac{SP}{P m_2},$$

ce qui montre que *le rapport du rayon de courbure en* M_1 *à la corde normale correspondant à ce point est égal au rapport de l'abscisse de* M_1 *au paramètre de la parabole.*

On demande de *trouver la corde normale qui détache sur la parabole l'arc de longueur minimum.*

Supposons que $M_1 M_2$ soit cette corde. Pour un déplacement infiniment petit de cette droite, qui reste normale à la parabole, les arcs compris entre M_1, M_2 et leurs positions nouvelles sont égaux; on a alors $M_1 T \times M_1 C = M_2 T \times M_2 C$ ([2]). Ceci montre que le centre de courbure C est, par rapport à I, le symétrique du point B où la bissectrice de l'angle $M_2 T M_1$ coupe $M_1 M_2$, ou encore que $M_2 B = M_1 C = M_1 E$. Menons tb parallèlement à TB; il résulte de ce que nous venons de trouver que $m_2 b = M_1 e$.

La perpendiculaire tg à tm_2 passe par le milieu de $M_2 e$; on doit donc avoir $m_2 b = 2 M_1 g$.

Il résulte de là facilement que $b M_1 = M_1 g$ et que l'angle $m_2 t M_1$ est égal à $60°$. On peut dire alors : *Pour*

([1]) *Principes et développement de Géometrie cinématique,* p. 445.

([2]) *Loc cit.,* p. 51, formule (III').

le pied M_1 *de la corde qui détache sur la parabole un arc de longueur minimum, le rayon de courbure de la parabole est les deux tiers de cette corde;* ou encore : *l'abscisse de* M_1 *est les deux tiers du paramètre de la parabole,* et enfin que *la droite* SM_1 *fait avec l'axe un angle de* 60°.