NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 247-248

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__247_0>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

Question 1671.

(1894, p. 3*.)

On considère une courbe quelconque, son centre de courbure C *en un point* M *quelconque de la courbe, puis le centre de courbure* C_1 *correspondant au point* C *de la première développée, puis encore le centre de courbure* C_2 *correspondant au point* C_1 *de la seconde développée, et ainsi de suite jusqu'au centre* C_n. *On sait que si les coordonnées* x *et* y *de* C *sont des fonctions d'un paramètre* t, *il en est de même de coordonnées* x_n *et* y_n *d'un quelconque des centres de courbure. Montrer que l'expression*

$$\frac{dx_n^2 + dy_n^2}{dx_n\, d^2y_n - dy_n\, d^2x_n}$$

conserve la même valeur pour les coordonnées de l'un quelconque des centres de courbure successifs.

(E.-N. Barisien.)

SOLUTION

Par M. G. Tzitzeica.

Considérons les centres C_p, C_{p+1}: soient R_p, R_{p+1} les rayons de courbure correspondants. On a

$$R_p = \frac{(dx_p^2 + dy_p^2)^{\frac{3}{2}}}{dx_p\, d^2y_p - dy_p\, d^2x_p},$$

$$R_{p+1} = \frac{(dx_{p+1}^2 + dy_{p+1}^2)^{\frac{3}{2}}}{dx_{p+1}\, d^2y_{p+1} - dy_{p+1}\, d^2x_{p+1}},$$

d'où

$$\frac{dx_p^2 + dy_p^2}{dx_p\, d^2y_p - dy_p\, d^2x_p} = \frac{R_p}{(dx_p^2 + dy_p^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{R_p}{ds_p}$$

et

$$\frac{dx_{p+1}^2 + dy_{p+1}^2}{dx_{p+1}\, d^2y_{p+1} - dy_{p+1}\, d^2x_{p+1}} = \frac{R_{p+1}}{ds_{p+1}}.$$

Le théorème énoncé revient à la démonstration de l'égalité

$$\frac{R_p}{ds_p} = \frac{R_{p+1}}{ds_{p+1}},$$

relation connue [*voir* E. Picard (1), vol. I, p. 330].