

Agrégation des sciences mathématiques (concours de 1893)

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 14
(1895), p. 116-120

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__116_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES (CONCOURS DE 1895).

PROGRAMME DES QUESTIONS D'ANALYSE ET DE MÉCANIQUE
D'OU SERA TIRÉ LE SUJET D'UNE DES COMPOSITIONS ÉCRITES.

Analyse.

Notions générales sur les intégrales abéliennes relatives à une question algébrique de degré m représentant une courbe C_m qui n'a d'autres points singuliers que des points doubles ou des points de rebroussement de première espèce. Genre de la courbe. Nombre des intégrales de première espèce linéairement indépendantes. Intégrales de deuxième et de troisième espèce. Périodes cycliques, périodes polaires.

Théorème d'Abel pour les intégrales de première espèce, pour les intégrales de deuxième espèce avec un pôle simple, pour les intégrales de troisième espèce.

Application de ce théorème à la recherche des conditions nécessaires et suffisantes pour que mq points de la courbe donnée C_m soient situés sur une courbe d'ordre q .

On étudiera plus généralement ces conditions et leurs conséquences géométriques dans les deux cas suivants :

1° La courbe C_m est unicursale. [Consulter le Mémoire de CLEBSCH *Sur les courbes planes dont les coordonnées sont des fonctions rationnelles d'un paramètre* (*Journal de Crelle*, t. 64, p. 13 ; traduction française de M. Durand, chez Hermann, éditeur, rue de la Sorbonne, Paris) ;

2° La courbe C_m est une courbe du troisième ordre ou une courbe du quatrième ordre du genre un .

Nota. — On pourra se borner aux propriétés générales des intégrales abéliennes indispensables aux applications géométriques indiquées.

Ainsi on pourra laisser de côté ce qui concerne les intégrales normales, les périodes normales.

On pourra admettre que le problème d'*inversion* de Jacobi, dans le cas le plus général, définit des fonctions *uniformes*.

Mécanique.

Dynamique du corps solide. Frottement de glissement.

SUJETS DE LEÇONS.

Mathématiques élémentaires.

1. Supposant connus les principes de la théorie des nombres premiers, établir la formule qui fait connaître combien il y a de nombres inférieurs à un nombre donné et premiers avec lui. Théorème de Fermat. Généralisation de ce théorème. Théorème de Wilson.

2. Racine carrée. Racine carrée à moins d'une unité; à moins de $\frac{1}{n}$. (Indiquer quelques méthodes abrégées.)

3. Polygones réguliers, convexes et concaves.

4. Calcul de π .

5. Transformation par rayons vecteurs réciproques. Applications.

6. Figures symétriques dans l'espace.

7. Figures homothétiques dans l'espace. Centre d'homothétie. Axe d'homothétie. Plan d'homothétie. Application à un système de quatre sphères.

8. Sphères tangentes à quatre plans.

9. Pôle et polaire par rapport à un cercle tracé sur une sphère. Axe radical de deux cercles, centre radical de trois cercles tracés sur une sphère. Applications.

10. Démontrer que toute conique peut être considérée comme le lieu des points d'intersection des rayons homologues de deux faisceaux homographiques. Réciproque. Insister sur l'application de ce mode de génération à la démonstration de quelques propriétés des coniques. (Ouvrages à consulter : CHASLES, *Traité des Coniques*; ROLCHÉ et DE COMBEROLSE, *Traité de Géométrie*.)

11. Involution sur une droite. Faisceaux en involution. Involution sur une conique. Applications.

12. Propriétés générales des polyèdres. Théorème d'Euler. Applications.

13. Décomposition du trinome $x^4 + px^2 + q$ en un produit de facteurs réels du second degré; application à la résolution de l'équation bicarrée. (On ne supposera pas que l'équation bicarrée ait été résolue par une autre méthode.)

14. Résoudre et discuter : 1° l'équation $P + \sqrt{Q} = 0$, où P est un polynome du premier degré et Q un polynome du second degré; 2° l'équation $\sqrt{P} + \sqrt{Q} = a$, où P et Q sont des polynomes du premier degré et a une constante. Exemples tirés de la Géométrie.

15. Théorèmes des projections. Établir les formules relatives à l'addition des arcs.

16. Vitesse. Étude de la vitesse dans quelques mouvements. Représentations graphiques.

17. Composition des mouvements. Composition des vitesses. Composition de deux mouvements rectilignes et uniformément variés.

18. Théorie des couples. Réduction à une force et à un couple d'un système de forces appliquées à un corps solide. Conditions d'équilibre.

19. Équilibre d'un corps pesant sur un plan incliné dépoli, en supposant le corps soumis à l'action d'une force passant par son centre de gravité.

20. Balances. Balance ordinaire, balance romaine, balance de Roberval.

21. Systèmes articulés. Appareils de Peaucellier et de Hart. Parallélogramme de Watt.

22. Principes de la théorie des engrenages cylindriques. Exemples simples.

23. Énoncé du principe général des forces vives. Application aux machines.

24. Définition et détermination de la latitude et de la longitude d'un lieu soit sur terre, soit sur mer.

25. Cartes géographiques.

26. Principes des projections cotées. Résolution de quelques problèmes relatifs à la ligne droite et au plan.

27. Première leçon de perspective.

Mathématiques spéciales.

1. Première leçon sur les déterminants.
2. Résolution d'un système de n équations du premier degré à p inconnues.
3. Fractions continues illimitées; fractions continues périodiques; développement des irrationnelles du second degré.
4. Première leçon sur les séries.
5. Définition et étude de la fonction a^x pour une valeur positive de a .
6. Série de Taylor. Application au développement de $\arctan x$. Calcul de π .
7. Application de la théorie des dérivées à l'étude des variations d'une fonction d'une seule variable. Exemples.
8. Définition de l'intégrale définie. Exemples.
9. Élimination d'une inconnue entre deux équations algébriques entières et rationnelles.
10. Calcul des fonctions symétriques des racines d'une équation algébrique. Applications.
11. Transformation d'une équation algébrique dans le cas où chaque racine de l'équation cherchée doit être une fonction rationnelle d'une ou de deux racines de l'équation donnée. Exemples.
12. Théorème de Sturm. Applications.
13. Méthode de M. Hermite pour déterminer le nombre des racines réelles d'une équation algébrique qui sont comprises entre deux limites données. (Consulter le *Cours d'Algèbre supérieure* de Serret, t. I, 4^e éd., p. 985.)
14. Invariants de la forme cubique. Application à la résolution de l'équation du troisième degré.
15. Résolution algébrique de l'équation du quatrième degré.
16. Équations binomes. Racines primitives. Polygones réguliers.
17. Génération des surfaces.
18. Exposer sur des exemples simples la marche à suivre pour étudier une courbe algébrique dans le voisinage d'un de ses points.
19. Asymptotes d'une courbe définie par son équation en coordonnées rectilignes. (Première leçon.)

20. Réduction simultanée de deux formes quadratiques à trois variables x, y, z à des sommes de trois ou d'un nombre moindre de carrés. Triangle conjugué commun à deux coniques. Discussion et exemples.

21. Invariants simultanés de deux formes quadratiques à trois variables. Triangles inscrits ou circonscrits à une première conique et conjugués par rapport à une seconde conique. Triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une autre. Propriétés analogues des cônes du second degré. Applications et exemples.

22. Classification des quadriques en coordonnées tangentielles. (*On prendra comme première base de la classification les caractères qui restent invariables par une transformation homographique, caractères qui sont du reste immédiatement fournis par la décomposition en carrés; on complètera ensuite cette classification en ayant égard aux propriétés métriques.*)

23. Enveloppe d'un cercle dont le centre décrit une conique à centre donnée, en restant orthogonal à un cercle fixe. Trouver les modes de génération analogues dont la courbe enveloppe est susceptible. Inversions et symétries (*par rapport à des axes*) qui laissent la courbe invariable.

24. Figures polaires réciproques dans l'espace. Applications.

25. Un plan P coupe une quadrique suivant une conique à centre, former les équations des axes de cette conique et calculer les longueurs de ces axes. (*On supposera que la quadrique est rapportée à des axes rectangulaires quelconques.*)

26. Intersection de deux quadriques quand cette intersection se décompose.

27. Une surface étant définie par les équations

$$x = f(u, v), \quad y = \varphi(u, v), \quad z = \psi(u, v),$$

étudier les propriétés infinitésimales du premier et du second ordre de cette surface autour d'un de ses points. Théorème de Meusnier. Lignes asymptotiques. Lignes de courbure.

28. Intersection d'un cône et d'un cylindre dans le cas où cette intersection a des branches infinies. (Géométrie descriptive.)