NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

A. TISSOT

Formules relatives aux foyers des coniques

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 13 (1894), p. 97-98

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__97_1>

FORMULES RELATIVES AUX FOYERS DES CONIQUES;

PAR M. A. TISSOT.

L'angle des axes étant désigné par θ, soit

$$Ax^2 + A'y^2 + 2Bxy + 2Cx + 2C'y + D = 0$$

l'équation d'une conique.

Soient de plus

Δ le discriminant du premier membre rendu homogène;

α, α', β, γ, γ' et δ les mineurs de Δ qui correspondent respectivement à A, A', B, C, C' et D;

S une des racines de l'équation en S de la conique;

p l'abscisse et q l'ordonnée d'un foyer.

On a les formules suivantes :

$$p = \frac{1}{\delta}\left[\gamma \pm \sqrt{\Delta(S - A')}\right], \qquad q = \frac{1}{\delta}\left[\gamma' \pm \sqrt{\Delta(S - A)}\right],$$

et, pour les équations des directrices,

$$\left(x - \frac{\gamma}{\delta}\right)\sqrt{\frac{A - S}{\Delta}} + \left(y - \frac{\gamma'}{\delta}\right)\sqrt{\frac{A' - S}{\Delta}} + \frac{1}{\delta} S \sin\theta = 0.$$

L'une des racines de l'équation en S fournit les foyers réels, et l'autre les foyers imaginaires. Pour le calcul de p et de q, et pour celui du premier membre de l'équation de la directrice, il faut faire usage de deux racines différentes, si l'on veut obtenir un foyer et une directrice qui se correspondent. Enfin, chaque racine donne deux foyers et deux directrices, parce que l'un des quatre radicaux peut être pris soit positivement, soit négativement; mais, du signe dont on aura affecté ce radical, et de ceux des quantités $\frac{\pi}{2} - \theta$, $A\cos\theta - B$, $A'\cos\theta - B$, résulteront les signes des trois autres radicaux.

Une transformation convenable permet d'employer les formules ci-dessus dans le cas où δ est nul. Alors, S désignant la racine de l'équation en S qui ne devient pas égale à zéro, on trouve, pour les coordonnées du foyer qui reste à distance finie,

$$p = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\gamma}{A'S\sin^2\theta}\right), \qquad q = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha'}{\gamma} - \frac{\gamma'}{AS\sin^2\theta}\right),$$

et, pour l'équation de la directrice,

$$(A\cos\theta - B)x + (A - B\cos\theta)y + \frac{B}{2\gamma}(\alpha + \alpha' + 2\beta\cos\theta) = 0.$$