

E. CARVALLO

**Observations sur les examens d'admission  
à l'École polytechnique**

*Nouvelles annales de mathématiques 3<sup>e</sup> série*, tome 13  
(1894), p. 429-434

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1894\\_3\\_13\\_429\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13_429_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1894, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**OBSERVATIONS SUR LES EXAMENS D'ADMISSION  
A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE;**

PAR M. E. CARVALLO.

---

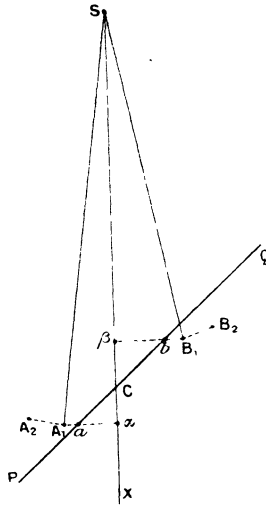
1. Les cours de Mathématiques spéciales ont atteint un tel degré de perfection que le défaut d'une démonstration y fait tache et jette une défaveur sur le candidat de valeur moyenne qui a la mauvaise chance de l'exposer.

Je veux parler de la recherche des points d'inflexion dans le développement de la section plane d'un cône. Aucun des nombreux candidats qui me l'ont exposée cette année ne m'a donné une démonstration satisfaisante. Un seul, qui est classé trentième, a su compléter ses raisonnements d'après mes indications et mériter une note élevée. La plupart ont tiré de leurs cours des idées tellement fausses que je les ai vite conduits par de simples questions aux résultats les plus extravagants. Pour l'honneur de notre enseignement et dans l'intérêt des candidats, j'appelle sur cette question délicate l'attention de leurs maîtres éminents. Ma critique porte sur presque toutes les démonstrations géométriques données par les élèves; je l'exposerai sur la forme la plus généralement adoptée.

2. THÉORÈME. — *Les points de la section plane d'un cône où le plan sécant est perpendiculaire au plan tangent, sans être perpendiculaire à la génératrice de contact, fournissent des points d'inflexion quand on développe le cône sur un plan.*

Soit  $SX$  la génératrice de contact du plan tangent au point  $C$  de la section plane  $PQ$ . J'effectuerai le développement sur ce plan tangent pris comme plan de projec-

Fig. 1.



tion. Le plan sécant  $PQ$  étant supposé perpendiculaire au plan de projection, sans être perpendiculaire à la génératrice  $SX$ , se projette tout entier suivant une droite  $PCQ$  oblique à  $SX$ .

Pour effectuer le développement aux environs du point  $C$  (les élèves oublient d'ajouter *approximativement*), je considère deux génératrices voisines de  $SX$ , de part et d'autre de cette droite. Soient  $Sa$  et  $Sb$  les projections de ces génératrices. Je les rabats sur le plan de projection :  $a$  vient quelque part en  $A_1$ , sur la perpendiculaire  $ax$  à  $SX$ , au delà du point  $a$ . De même  $b$  se rabat quelque part en  $B_1$ . On voit ainsi que le développement de la section plane traverse la droite  $PQ$

au point C. Or on sait que cette courbe est tangente à la droite PQ au point C. Elle a donc là un point d'inflexion.

C. Q. F. D.

3. Le défaut de rigueur est celui-ci. Le point  $A_1$  est bien le rabattement du point projeté en  $a$ , mais non pas son développement. De là, chez quantité d'élèves, confusion entre rabattement et développement. Demandez-leur d'appliquer le raisonnement au cas où le plan PQ est perpendiculaire à la génératrice SX, ils n'hésiteront pas à déclarer que, dans ce cas, le développement de la section plane entière se fait sur la droite PQ. A Paris, l'erreur a été générale. Dans huit centres de province, j'ai posé cette question : les huit candidats ont fait la même erreur persistante ; quatre d'entre eux avaient la note 14 chez mon collègue ; un autre la note 13. Ainsi, non seulement la démonstration manque de rigueur, mais, ce qui est plus grave, elle laisse une idée fautive dans l'esprit des élèves.

Et maintenant, quel degré atteint le défaut de rigueur ? Il est d'autant plus important de s'en rendre compte que la démonstration qui nous occupe est à peu près le seul exemple de Géométrie infinitésimale qui figure maintenant dans la plupart des cours de spéciales. Or je n'hésite pas à déclarer que le principal but des promoteurs du renouvellement des programmes a été de familiariser les élèves avec l'application des infiniment petits. Les cours de l'École, pensaient-ils, surchargés de matières, vont trop vite pour poser avec un soin suffisant les principes des méthodes et montrer, dans chaque exemple, l'application des principes : dans ces cours, il faut lire entre les lignes. Or examinons à ce point de vue la démonstration précédente. Pour être regardée comme seulement incomplète dans la forme, mais ri-

goureuse dans le fond, il faudrait que la distance du rabattement  $A_1$  au développement  $A_2$  du point projeté en  $a$  fût un infiniment petit d'ordre supérieur à  $a A_1$ . Mais  $\alpha A_1$  est égale à l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont le côté  $\alpha x$  est du premier ordre et dont l'angle aigu en  $\alpha$  est du premier ordre aussi. La valeur de l'hypoténuse  $\alpha A_1 = \alpha a \sec \alpha$  diffère de  $\alpha a$  d'un infiniment petit du troisième ordre. *Ainsi, le segment  $\alpha A_1$  est du troisième ordre.* Pour évaluer maintenant l'ordre de grandeur de la distance du rabattement  $A_1$  au développement  $A_2$  au point  $a$ , j'opère ainsi :

Je coupe le cône  $S$  par une sphère de rayon égal à  $SA$  : elle coupe le cône suivant une courbe  $XMA$  plus longue

Fig. 2



que l'arc de grand cercle  $XmA$  ; la différence entre les longueurs de ces deux courbes est du troisième ordre. Si donc on développe sur le plan  $XSA$  la portion du cône sous-tendue par l'arc  $XMA$ , le point  $A$  se développe en un point  $A'$  situé au delà de  $A$ , à une distance  $AA'$  qui est du troisième ordre. Telle est la distance du rabattement  $A_1$  (*fig. 1*) au développement  $A_2$  du point projeté en  $a$ , distance comptée sur le cercle décrit de  $S$  comme centre avec  $SA_1$  pour rayon.

Ainsi la démonstration néglige *implicitement* la dis-

tance  $A_1 A_2$  qui est du troisième ordre devant la distance  $\alpha A_1$ , qui est aussi du troisième ordre. Et c'est par cet exemple que les élèves de l'École sont préparés à suivre des cours où pullulent des difficultés toutes semblables laissées à leur initiative! Il y a là un réel danger.

4. Est-ce à dire que la démonstration qui nous occupe doit être rejetée? Non, mais elle doit être complétée, et cela est facile de différentes manières.

D'abord, l'explication que je viens d'ajouter prouve que la distance du point  $A_2$  à la droite  $PQ$  est du troisième ordre; que dans le cas où  $PQ$  est perpendiculaire à  $SX$ , cette distance est du quatrième ordre. Quel inconvénient verrait-on à dire que telles sont les définitions des contacts du second et du troisième ordre, conformément au cours d'Analyse à l'École Polytechnique?

D'autre part, au point de vue purement graphique, qui a été la seule préoccupation de l'auteur de la démonstration que j'ai reproduite au n° 2, pour aller de  $a$  en  $A_1$ , il faut se déplacer d'une quantité  $\alpha A_1$ , du troisième ordre sur la perpendiculaire  $\sigma a$  à  $SX$ , laquelle fait avec  $PQ$  un angle fini. A partir de là, il faut se déplacer de  $A_1$  en  $A_2$ , encore d'une quantité du troisième ordre et sur une direction normale à  $SA_1$ , c'est-à-dire sur une direction qui fait avec la précédente  $\alpha A_1$  un angle infiniment petit. Il est donc certain que le point  $A_2$  tombera au-dessus de  $PQ$ . On voit de même que  $B_2$  tombera au-dessous de  $PQ$ . La courbe développée a donc en  $C$  un point d'inflexion. Au contraire, si  $PQ$  est perpendiculaire à  $SC$ , on voit que la courbe tourne, au point  $C$ , sa concavité vers le point  $S$ .

A toutes les autres démonstrations géométriques que m'ont exposées les candidats, les mêmes observations

s'appliquent. Chaque professeur apportera ses idées personnelles et donnera une bonne démonstration ; j'entends par là une démonstration qui éclaire l'esprit de l'élève au lieu de lui laisser des idées fausses.

---

---