Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 13 (1894), p. 293-295

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1894_3_13__293_0>

BIBLIOGRAPHIE.

Principes et développements de Géométrie cinématique, par le colonel *A. Mannheim*, professeur à l'École Polytechnique. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1894. 25^{fr}.

Voilà certes un beau Livre et qui réjouira tous les amateurs de spéculations géométriques. C'est incontestablement une des plus remarquables productions mathématiques de notre époque, et sa place est marquée à côté des œuvres de Chasles et de Poncelet.

L'Ouvrage est divisé en trois Parties : la première contient les principes de la Géométrie cinématique plane, la seconde ceux de la Géométrie cinématique dans l'espace, la troisième est consacrée aux applications.

Mais, avant tout, qu'est-ce que la Géométrie cinématique?

Ampère a donné le nom de *Cinématique* à l'étude du mouvement considéré indépendamment des causes qui le produisent; il n'est plus alors question des forces, mais seulement des déplacements et du temps. Si l'on fait en outre abstraction du temps, c'est-à-dire lorsque les déplacements restent seuls en jeu, on tombe sur la branche spéciale de Géométrie que M. Mannheim nomme *Géométrie cinématique,* et qui, à peine entrevue avant lui, a acquis, grâce à ses travaux personnels, une importance considérable.

La première Partie renferme 94 pages dont les premières sont relatives aux emprunts faits par M. Mannheim à ses devanciers, emprunts qui se réduisent en somme au théorème de Cauchy sur le déplacement plan d'une figure de forme invariable et à la méthode des normales que Chasles a déduite de cette proposition fondamentale. Tout le reste de cette Section appartient en propre à M. Mannheim; nous citerons particulièrement les formules concernant le déplacement des figures polygonales de forme variable. De ces formules, aussi élégantes qu'expressives, résulte une méthode des normales comprenant comme cas particulier celle de Chasles et permettant en outre de construire les centres de courbure. Ces préceptes sont d'ailleurs accompagnés de nombreuses applications dont les coniques et leurs développées, les caustiques par réfraction, les quadrilatères articulés, etc. ont tour à tour fourni la matière.

Le point de départ de la seconde Partie est le Mémoire que Chasles a publié en 1843 *Sur le mouvement infiniment petit d'un solide libre* et dans lequel apparaît pour la première fois la notion des *droites* dites *conjuguées,* dont M. Mannheim a tiré un parti si habile. Mais c'est à la théorie du *déplacement d'un solide astreint seulement à quatre conditions* que cette Partie doit surtout son intérêt et son originalité. Que de richesses dans les 200 pages consacrées à ce sujet! Nous nous bornerons à mentionner l'étude des normalies, la théorie de la courbure des surfaces, les propriétés de l'hyperboloïde articulé, celles de la polhodie et de l'herpolhodie, l'étude du paraboloïde des huit droites déduite du déplacement du dièdre droit formé par les sections principales d'une surface, les propriétés du conoïde de Plucker, celles des pinceaux de droites, etc.

Les applications intéressantes abondent déjà dans les deux premières Parties; mais ce ne sont guère alors que des problèmes isolés découlant directement des principes et destinés à les éclairer. Les applications que M. Mannheim a réunies dans la troisième Partie sont de plus longue haleine; elles consistent en certains groupes de théorèmes que rattache un lien commun et qui forment par leur ensemble des théories fort importantes. Telles sont les applications qui ont trait au contact du troisième ordre de deux surfaces, aux surfaces parallèles, à la solution géométrique de problèmes dépendant des infiniment petits du troisième ordre, comme la construction des plans osculateurs des courbes d'ombre propre. Viennent ensuite une théorie très complète de la surface des ondes lumineuses, un mode ingénieux de transformation applicable en Géométrie cinématique, une étude concernant le déplacement d'une figure de forme invariable dont chacun des plans passe par des points fixes et qui est d'autant plus intéressante qu'un tel déplacement semble *à priori* impossible. Signalons enfin des notions sur le déplacement infiniment petit d'une figure polyédrale de forme variable, sujet fécond, non encore épuisé malgré les beaux résultats obtenus par M. Mannheim.

L'Ouvrage se termine par un Appendice qui a pour but soit de compléter certaines questions déjà traitées dans les Parties précédentes, soit de montrer la voie suivie pour aborder l'étude du déplacement d'une figure de forme variable. On a reproduit notamment ici un Mémoire d'Optique géométrique, publié en 1886 et renfermant la première solution géométrique générale du problème concernant la détermination des éléments des surfaces caustiques.

Cette rapide analyse du Livre de mon savant ami est bien incomplète à mon gré. Aussi bien, tout dans cet Ouvrage est si attrayant, les questions qui en font l'objet sont présentées avec un art si parfait, qu'il m'eût fallu, pour donner pleine satisfaction à mon esprit et à mon cœur, entrer dans des détails que notre cadre ne comporte pas. Puissent, du moins, ces quelques pages inspirer à nos lecteurs le désir d'étudier un Livre si éminemment propre à leur suggérer des idées fécondes et à développer leur faculté d'invention !

Qu'on nous permette, en finissant, une courte réflexion : Il semble que, dans notre pays, la Science se complaise à contrecarrer les tendances officielles. Lors de la publication du *Traité des propriétés projectives*, en 1823, Charles Dupin n'osait promettre à Poncelet que de rares lecteurs parmi les savants qui, à cette époque, dispensaient la réputation. Dix ans après, c'est l'Académie de Bruxelles qui suscite l'*Aperçu historique,* et non celle de Paris dont les membres les plus illustres, encore entichés de Calcul intégral, considéraient dédaigneusement la Géométrie synthétique comme affaire d'écoliers. Enfin, de nos jours, c'est pendant que la Géométrie pure est entièrement bannie des programmes d'admission à l'École Polytechnique qu'apparaît la *Géométrie cinématique,* si magistralement érigée en corps de doctrine par M. Mannheim. C'est ainsi que la Science géométrique se venge d'un ostracisme immérité; elle continue sa marche glorieuse et bienfaisante même pour ses injustes détracteurs, pareille à l'astre radieux dont parle le poète :

Le dieu, poursuivant sa carrière,
Versait des torrents de lumière
Sur ses obscurs blasphémateurs.

E. R.