E. DEWULF

Note de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 12 (1893), p. 72-74

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1893_3_12__72_1>

NOTE DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. LE GÉNÉRAL E. DEWULF.

Construire une parabole, connaissant un de ses points A, *le cercle osculateur en* A, *et la direction de ses diamètres.*

M. d'Ocagne a donné une solution de ce problème (*Nouvelles Annales*, t. XI, 3e série, p. 327). En voici une autre, fondée sur un théorème qui a des conséquences et des applications nombreuses.

Soient un cercle (O), situé dans un plan horizontal Π, A un de ses points, S un point quelconque de la verticale qui passe par le point A. Considérons le cône dont le sommet est S et dont la base est le cercle (O). *La projection orthogonale sur* Π *de toute section plane de ce cône est une conique tangente en* A *au cercle* (O). *Si le plan sécant passe par le point* A, *cette projection* (C) *sur* Π *est osculée en* A *par le cercle* (O).

La conique (C) *et le cercle* (O) *sont deux courbes homologiques;* A *est leur centre d'homologie; la corde*

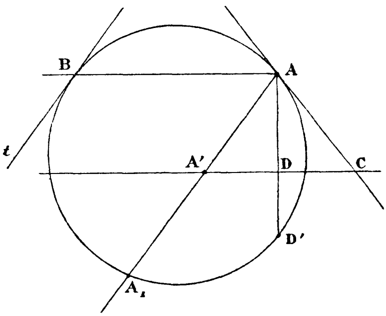
(1) *Voir* entre autres : 1° au Tome 100 du *Journal de Crelle,* un Mémoire analysé par moi au *Bulletin de la Société mathématique de France,* t. XV; 1887; 2° *Bulletin des Sc. mathém.,* 2e serie, t. XI; oct. 1887; 3° *ibid.,* t. XIII; sept. 1889.

commune à la conique et à son cercle osculateur en A *est leur axe d'homologie.*

Voici l'application au problème énoncé plus haut.

Les plans passant par A, qui coupent le cône S(O) suivant des paraboles, enveloppent un cône dont le sommet est en A et dont les génératrices sont parallèles à celles du cône S(O). De là on conclut immédiatement la construction suivante de la parabole :

Tracer par A une parallèle AB à la direction donnée; mener la tangente t en B; tracer AA_1 parallèlement à t.



La corde AA_1 est la corde commune à la parabole et à son cercle osculateur en A.

Pour construire la courbe homologique du cercle (O), A étant le centre d'homologie et AA_1 l'axe d'homologie, il suffit de connaître deux points correspondants.

Pour cela, traçons : 1° la parallèle à AB par le milieu A' de AA_1; 2° la tangente en A au cercle (O). Prenons le milieu D de A'C. Le point D appartient à la parabole et correspond au point D'. Le problème est donc résolu.

Cette construction offre cet avantage de donner en même temps qu'un point la tangente en ce point.

Extrait d'une lettre de M. le général Dewulf à M. Rouché.

Remarques. — 1° La droite CA_1 est la tangente en A_1 à la parabole; on peut, si l'on veut, retrouver ainsi la construction de M. d'Ocagne.

2° Il est inutile de trouver directement le point D′ qui correspond à D. La parabole est déterminée par le cercle (O), le centre d'homologie A, l'axe d'homologie AA_1 et le point B qui correspond au point à l'infini situé sur AB.