

MAURICE LIROUX

**Agrégation des sciences mathématiques
(concours de 1890). Solution géométrique de
la question de mathématiques spéciales**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 10
(1891), p. 264-267

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__264_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1891, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
(CONCOURS DE 1890).
SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION DE MATHÉMATIQUES
SPÉCIALES;

PAR M. MAURICE LIROUX,
Élève au lycée de Lille.

On donne un triangle ABC et un point P dans son plan.

Trouver le lieu des centres des coniques S inscrites dans le triangle ABC et vues du point P sous un angle droit.

(¹) M est toujours situé sur la bissectrice de l'angle HCH', laquelle passe par le centre ω .

Démontrer que les coniques sont vues sous un angle droit d'un autre point P' ; montrer que, si P se déplace, la droite PP' passe par un point fixe I et que le produit $IP \cdot IP'$ est constant.

La démonstration géométrique de cette question repose tout entière sur la proposition suivante : *Les cercles de Monge relatifs aux coniques inscrites dans un quadrilatère ont même axe radical*, et sur ce théorème de Steiner : *Les directrices des paraboles inscrites dans un triangle passent par le point de concours des hauteurs du triangle.*

Transformons par polaires réciproques en prenant le point P pour pôle.

Les coniques, vues du point P sous un angle droit, se transforment en des hyperboles équilatères circonscrites à un triangle; d'après un théorème connu, ces hyperboles passent par un quatrième point fixe; donc les coniques, dont elles sont les transformées, sont tangentes à une quatrième droite fixe : elles sont donc inscrites dans un quadrilatère.

Si nous considérons les cercles de Monge relatifs à ces coniques, ils ont, d'après le premier théorème rappelé, même axe radical; et, comme les diagonales du quadrilatère sont des coniques indéfiniment aplaties, leurs cercles de Monge sont les cercles décrits sur elles comme diamètres; ces cercles se coupant en un point P se couperont en un autre point P' fixe : c'est le second point cherché.

Si nous remarquons que le centre du cercle de Monge coïncide avec le centre de la conique, nous voyons que, pour obtenir le lieu des centres des coniques, il suffit d'élever, par le milieu de PP' , la droite perpendiculaire à PP' .

sommet B du triangle et par le pied b de la hauteur correspondante; ce cercle coupera le côté AC en un second point E qui appartient à la droite cherchée; on agira de même avec une autre hauteur du triangle et l'on joindra les deux points obtenus.
