

T. CLUGNET

## Note de géométrie

*Nouvelles annales de mathématiques 3<sup>e</sup> série*, tome 10  
(1891), p. 153-158

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1891\\_3\\_10\\_\\_153\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__153_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1891, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## NOTE DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. T. CLUGNET,

Ingénieur des Manufactures de l'État.

THÉORÈME. — Si, d'un point  $\omega$  de l'axe d'une conique (fig. 1), comme centre, on décrit une circonférence de rayon quelconque, les cordes d'intersection  $MM_1$ ,  $M'M'_1$  du cercle et de la conique sont à égales distances du pied  $K$  de la normale menée par  $\omega$ .

Fig. 1.

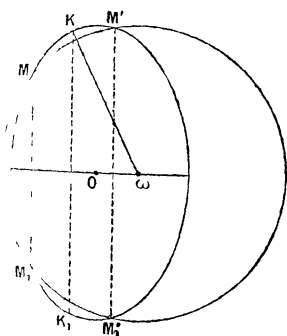
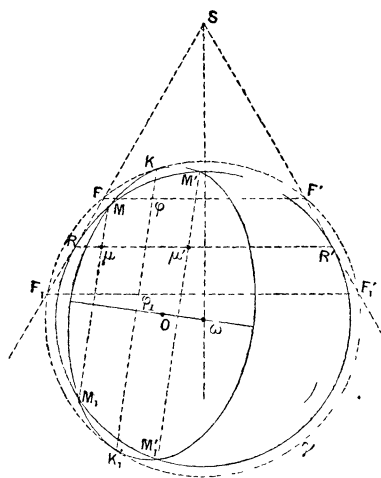


Fig. 2.



En effet, soit une tangente quelconque  $RS$  à la circonférence (fig. 2), on peut la considérer comme engendrant un cône d'axe  $\omega S$  quelconque, passant par  $\omega$  et situé dans le plan de la figure.

De même, la conique, en tournant autour de son

axe  $\omega O$ , engendre une surface de révolution du second ordre.

L'intersection de ces deux surfaces se projette sur le plan  $O\omega S$  des axes, suivant une conique, dont on a deux diamètres conjugués à l'aide des sphères limites.

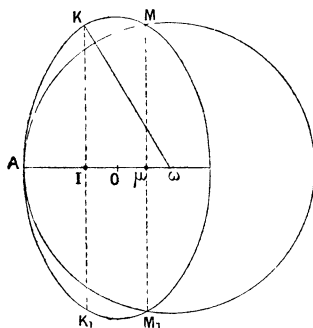
L'une de ces sphères est déterminée par le cercle  $\omega R$  et donne le diamètre  $\mu\mu'$ . L'autre sphère est déterminée par le cercle  $\omega K\gamma$ , tangent à la conique, et fournit le second diamètre  $K\varphi\varphi_1K_1$ .

Or  $K$  est le pied de normale  $\omega K$  et  $KK_1$  passe au milieu de  $\mu\mu'$ .

C. Q. F. D.

*Corollaire.* — Si d'un point  $\omega$  de l'axe d'une conique on décrit, comme centre, une circonférence tangente au sommet, le pied de la normale  $\omega K$ , menée de

Fig. 3.



ce point à la conique, est à égales distances de la tangente au sommet et de la corde d'intersection  $MM_1$  du cercle et de la conique (*fig. 3*).

*Remarque I.* — Ce corollaire donne une construction très rapide de la normale. Il suffit de décrire le



les points d'intersection du cercle et de la conique sont imaginaires.

*Remarque II.* — La construction qui précède permet de construire rapidement la développée de la conique.

Fig. 4.

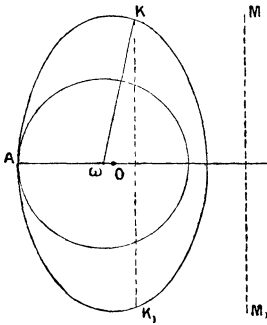
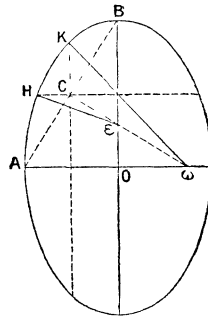


Fig. 5.



*Remarque III.* — Si l'on mène la perpendiculaire  $C\varepsilon\omega$  à  $AB$ , en son milieu, les normales issues de  $\varepsilon$  et de  $\omega$  ont leurs pieds en  $H$  et  $K$ , sur les parallèles aux axes passant par  $C$  (fig. 5).

Fig. 6.

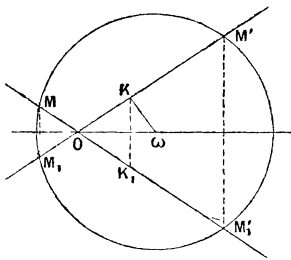
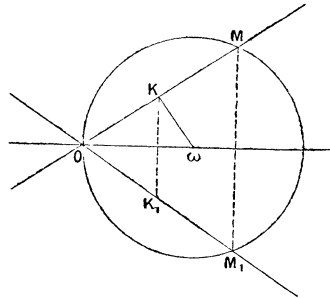


Fig. 7.

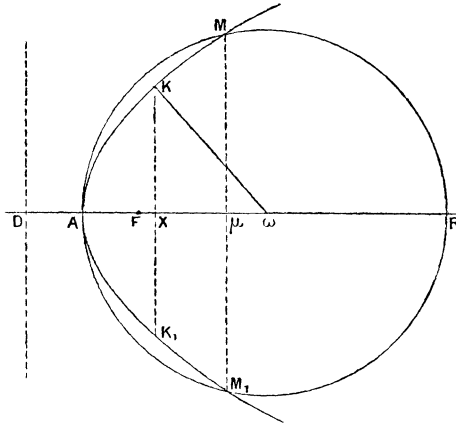


*Remarque IV.* — Le théorème et le corollaire précédents sont évidents lorsque la conique se réduit à deux droites qui se coupent (fig. 6 et 7).

*Remarque V.* — Soit une parabole de foyer F' et de paramètre  $p$  (fig. 8). On a encore, si  $\omega K$  est la normale,

$$AX = X\mu.$$

Fig. 8.



Mais

$$AX = A\omega - X\omega = A\omega - p$$

et, par suite,

$$A\mu = 2AX = 2A\omega - 2p = AR - 2p.$$

Cette relation

$$A\mu = AR - 2p$$

détermine la corde d'intersection du cercle  $\omega A$  et de la parabole. Mais elle montre en outre que

$$AR - A\mu = \mu R = 2p = 4AF.$$

D'où ce théorème :

**THÉORÈME.** — *La flèche de l'arc intercepté par une parabole, dans toute circonférence tangente en son sommet, est constante et égale au double du paramètre.*

*Remarque.* — Il suit de là que la position limite de la corde  $MM_1$  est obtenue lorsque  $AR$  lui-même est égal à  $2p$ .

Dans ce cas, le cercle est osculateur et l'on retrouve ainsi le paramètre pour la valeur du rayon de courbure au sommet.

---