NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

HUSQUIN DE RHÉVILLE

Sur l'aberration de courbure

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 9 (1890), p. 138-140

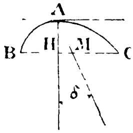
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9__138_1>

SUR L'ABERRATION DE COURBURE;

Par M. HUSQUIN DE RHEVILLE,
Élève de l'École Centrale.

En joignant un point A (*fig.* 1) d'une courbe plane au milieu M de la parallèle BC à la tangente en A, on

Fig. 1.



obtient une droite AM qui, si BC est infiniment rapproché de A, est appelée *axe d'aberration* de la courbe au point A (Transon, *Journal de Liouville*, 1841).

Le rapport $\frac{HM}{AH}$ étant en général fini, il en est de même de l'angle HAM que fait l'axe d'aberration avec la normale : cet angle δ est la *déviation de courbure* en A.

Si R et $R + dR$ sont les rayons respectifs des deux cercles (CAA) et (BAA), on a

$$\overline{CH}^2 = (2R - AH)AH,$$
$$\overline{BH}^2 = [2(R + dR) - AH]AH;$$

d'où, en retranchant membre à membre et en remarquant que $\overline{CH}^2 - \overline{BH}^2 = 2\,HM.BC$,

$$HM.BC = dR.AH$$

et, par suite,

$$\tang\delta = \frac{HM}{AH} = \frac{dR}{BC} = \frac{dR}{\text{arc}\,BC}.$$

Or l'arc BC, intercepté par quatre points B, A, A, C distants de ds, est égal à $3\,ds$; on a donc

$$\tang\delta = \frac{1}{3}\frac{dR}{ds}.$$

Cette forme met en évidence la quantité $\frac{dR}{ds}$, analogue à la courbure $\frac{\varepsilon}{ds}$ et à laquelle le nom d'*aberration de courbure* convient mieux qu'à l'angle δ lui-même. (*Voir* Salmon, *Courbes planes*, p. 512.)

En remarquant que le rayon de courbure R' de la développée est égal à $\frac{dR}{\varepsilon}$, on en déduit $\frac{dR}{ds} = \frac{R'}{R}$, ce qui démontre la formule

$$\tang\delta = \frac{1}{3}\frac{R'}{R},$$

due à Transon (*loc. cit.*), mais qu'il établit par une méthode fort laborieuse en généralisant une propriété des coniques.

Si l'on appelle $3a$ l'aberration de courbure $\frac{dR}{ds}$ au point A, le paramètre P de la parabole osculatrice est donné par la formule

$$P = \frac{R}{(1 + a^2)^{\frac{3}{2}}},$$

expression dont l'analogie avec celle de la courbure

$$\frac{1}{R} = \frac{q}{(1 + p^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad \left[p = \frac{dy}{dx}, \quad q = \frac{d^2y}{dx^2}\right]$$

est remarquable.