

J. POMEY

Tangente en un point d'une courbe remarquable

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 8
(1889), p. 527-529

[<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8_527_1>](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8_527_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1889, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TANGENTE EN UN POINT D'UNE COURBE REMARQUABLE;

PAR M. J. POMEY.

Soient n courbes fixes $C_1, C_2, \dots, C_n$, dans un plan; M un point de ce plan; $T_1, T_2, \dots, T_n$ les longueurs des

tangentes menées du point M à ces courbes; posons

$$t_1 = \frac{1}{2} T_1^2, \quad t_2 = \frac{1}{2} T_2^2, \quad \dots$$

et

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \text{const.}$$

En vertu de cette relation, le point M est assujetti à rester sur une courbe. Je dis que *la normale à cette courbe au point M passe par le centre de masse G des masses $\frac{\partial f}{\partial t_1}, \frac{\partial f}{\partial t_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial t_n}$ respectivement appliquées aux centres de courbure des courbes $C_1, C_2, \dots, C_n$, correspondant aux points de contact des tangentes issues du point M.*

Soient $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n$ les coordonnées de ces centres de courbure par rapport à des axes rectangulaires; R_1, R_2, R_n les rayons de courbure correspondants; x, y les coordonnées du point M. $R_1, R_2, \dots, R_n$ restent constants quand x et y deviennent $x + dx, y + dy$.

On a alors

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sum \frac{\partial f}{\partial t_1} dt_1 = 0, \\ & 2t_1 = (x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 - R_1^2, \quad \dots \\ & dt_1 = (x - a_1) dx + (y - b_1) dy, \quad \dots \end{aligned}$$

Les coordonnées X et Y de G sont

$$\begin{aligned} X \sum \frac{\partial f}{\partial t_1} &= \sum a_1 \frac{\partial f}{\partial t_1}, \\ Y \sum \frac{\partial f}{\partial t_1} &= \sum b_1 \frac{\partial f}{\partial t_1}, \end{aligned}$$

et l'équation (1) devient, en supprimant le facteur com-

$$\begin{aligned} \text{mun } \sum \frac{\partial f}{\partial t_1}, \\ (x - X) dx + (y - Y) dy = 0, \end{aligned}$$

qui représente bien l'équation de la normale, si X et Y

y sont considérées comme des coordonnées courantes. Le point (X, Y) est donc situé sur la normale. c. q. f. d.

Nota. — En ce qui concerne le rayon de courbure ρ de la courbe, lieu du point M, soient $d_1, d_2, \dots, d_n$ les projections sur la normale des droites qui joignent le point M aux centres de courbure de $C_1, C_2, \dots, C_n$; soient $R'_1, R'_2, \dots$ les rayons de courbure des développées de ces courbes; soit N la distance GM, on trouve la formule suivante, peu susceptible d'une interprétation simple,

$$\sum \frac{\partial^2 f}{\partial t_i \partial t_j} d_i d_j + \left(1 + \frac{N}{\rho}\right) \sum \frac{\partial f}{\partial t_1} - \sum \frac{\partial f}{\partial t_1} \frac{R'_1}{T_1} \cos^2(\widehat{R_1 ds}) = 0.$$