

A. DROZ

Solution géométrique de la question 1526

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 6
(1887), p. 580-581

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__580_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE DE LA QUESTION 1526;

PAR M. A. DROZ,

Professeur à l'École cantonale de Porrentruy

Considérons un parallélogramme ABCD et une droite MM' quelconque de son plan. Il existe deux coniques circonscrites au parallélogramme et tangentes à la droite MM'. Soit O le milieu du segment déterminé sur cette droite par les deux points de contact. Il existe, en outre, une conique inscrite dans le parallélogramme et tangente à la droite MM'. Soit O'

son point de contact avec cette droite. Les points O et O' coïncident. (H. ANDOYER.)

On sait que toutes les coniques circonscrites à un quadrilatère ABCD coupent une droite quelconque de leur plan suivant un système involutif. L'involution est déterminée par les paires de points $\alpha\alpha'$ et $\beta\beta'$, où la droite MM' coupe les coniques dégénérées AB et CD, BC et AD du faisceau.

Les points doubles de l'involution sont les points de contact des deux coniques du faisceau qui sont tangentes à MM'. Ces points peuvent être imaginaires, mais le point milieu O du segment compris entre ces points est toujours réel. C'est le point central de l'involution; il est déterminé par la relation

$$O\alpha.O\alpha' = O\beta.O\beta'.$$

D'autre part, il est facile d'obtenir le point de contact O' en considérant MM' comme deux tangentes coïncidentes d'un hexagone de Brianchon dont les quatre autres côtés seraient les côtés du parallélogramme. Par β , on mène une parallèle à AB, et par α' une parallèle à AD. Ces deux droites se coupent en I. La droite AI rencontre MM' au point de contact cherché O'.

Or, par raison de parallélisme, on a

$$\frac{O'\beta}{O'\alpha} = \frac{O'I}{O'A} = \frac{O'\alpha'}{O'\beta'},$$

d'où

$$O'\alpha.O'\alpha' = O'\beta.O'\beta'.$$

Les points O et O' doivent donc coïncider.
