F. GOMES TEIXEIRA

Exemples de fonctions à espaces lacunaires

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 43-44

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__43_1>

EXEMPLES DE FONCTIONS A ESPACES LACUNAIRES;

Par M. F. GOMES TEIXEIRA,
Professeur à l'École Polytechnique de Porto.

Le but de cette Note est de donner quelques exemples très simples de fonctions à espaces lacunaires.

Considérons premièrement la fonction $f(z)$ définie par la série

$$F(z) - \frac{1}{z-a} + (z-a-1)\left[\frac{1}{(z-a)^2} + \frac{1}{(z-a)^3} + \cdots\right],$$

où $F(z)$ représente une fonction continue sur tout le plan. Si le module de $z-a$ est plus grand que l'unité, nous avons

$$f(z) = F(z);$$

si le module de $z - a$ est plus petit que l'unité, nous avons

$$f(z) = \infty.$$

Donc la série précédente représente une fonction continue sur tout le plan, admettant comme espace lacunaire le cercle dont le centre est le point d'affixe a et dont le rayon est égal à l'unité.

De la même manière, la somme

$$f(z) = U_1 + U_2 + \ldots + U_n,$$

où

$$U_n = F_n(z) - \frac{1}{z - a_n} + (z - a_n - 1)\left[\frac{1}{(z-a_n)^2} + \frac{1}{(z-a_n)^3} + \ldots\right]$$

et $F_1(z)$, $F_2(z)$, ... représentent des fonctions continues, est égale à

$$F_1(z) + F_2(z) + \ldots + F_n(z)$$

si les modules de $z - a_1$, $z - a_2$, ..., $z - a_n$ sont plus grands que l'unité ; et est égale à l'infini si quelqu'un de ces modules est plus petit que l'unité. Donc $f(z)$ est une fonction continue sur tout le plan, admettant comme espaces lacunaires les cercles dont les centres sont les points d'affixes a_1, a_2, ..., a_n, et dont les rayons sont égaux à l'unité. En disposant convenablement les centres des cercles, on peut former les espaces lacunaires les plus variés.

Si $n = \infty$ et si la série

$$U_1 + U_2 + \ldots + U_n + \ldots$$

est convergente, on obtient une fonction avec un nombre infini d'espaces lacunaires.