Concours général de 1887

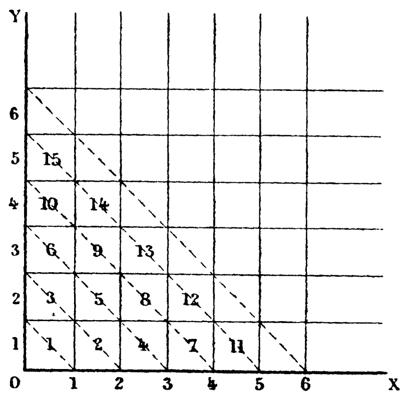
Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 426-428

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__426_1>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1887.

Mathématiques élémentaires.

Soit un angle droit XOY dont le côté OX est horizontal et dirigé de gauche à droite, et dont le côté vertical OY est dirigé de bas en haut. On partage la portion de plan comprise dans cet angle en un nombre infini



de carrés égaux par des parallèles à OX et par des parallèles à OY. Ces carrés peuvent être groupés soit par bandes horizontales, soit par bandes verticales, et chaque carré appartient à la fois à une bande horizontale et à une bande verticale. On numérote les bandes verticales en allant de gauche à droite, et en commençant par celle qui est limitée d'un côté par OY; on numérote les bandes horizontales de bas en haut, en commençant par celle qui est limitée d'un côté par OX. Le numéro x d'une bande verticale, et le numéro y d'une bande horizontale déterminent la position du carré contenu dans ces deux bandes. Ces deux nombres entiers x et y seront appelés les *coordonnées* du carré dont ils fixent la position.

D'autre part, les carrés peuvent être groupés par *files obliques* contenant, la première un carré, la deuxième 2, la troisième 3, et ainsi de suite; et, si l'on numérote les carrés, en donnant le n° 1 au carré de la première file, les n^os^ 2 et 3 aux carrés de la deuxième en allant sur cette file de OX vers OY, les n^os^ 4, 5, 6 aux carrés de la troisième en allant sur cette file de OX vers OY, et ainsi de suite, comme l'indique la figure ci-jointe, le *numéro* d'un carré détermine à lui seul la position de ce carré dans l'angle XOY.

Soit z le *numéro* d'un carré dont les *coordonnées* sont x et y; à tout groupe de deux nombres entiers x et y correspondra un nombre entier z, et, réciproquement, à tout nombre entier z correspondra un groupe de deux nombres entiers x et y.

Cela posé, on montrera qu'entre les coordonnées x et y de l'un quelconque des carrés d'une même file oblique de rang k et le nombre k il y a une relation, et l'on résoudra les questions suivantes :

1° Connaissant les *coordonnées* x et y d'un carré, déterminer le *numéro* z de ce carré. Appliquer en supposant x égal à 27, et y égal à 41.

2° Connaissant le *numéro* z d'un carré, trouver les *coordonnées* x, y de ce carré. Appliquer en supposant z égal à 248.

3° Compter, parmi les n carrés dont les *numéros* sont 1, 2, 3, ..., n, combien il y en a pour lesquels la somme $x+y$ des coordonnées est un nombre pair, et combien pour lesquels le produit xy des coordonnées est un nombre pair. Appliquer dans le cas de n égal à 157, et dans le cas de n égal à 180.

4° Les lettres x et y représentant toujours les *coordonnées* d'un carré dont le *numéro* est z, et a étant un nombre donné quelconque, plus grand que 1, trouver les valeurs qu'il faut donner à z pour que l'expression

$$ax+(a+2)y-2z$$

prenne la plus grande valeur possible. Appliquer dans les trois cas suivants :

$$a=9, \qquad a=10, \qquad a=9,5.$$