Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 101-104

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__101_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications; par M. *G. Halphen*, membre de l'Institut.

I^{re} Partie. Grand in-8° de VIII-492 pages. Paris, Gauthier-Villars; 1886. Prix : 15^{fr}.

Dans le domaine des Mathématiques pures, on peut distinguer deux parties : l'une, la plus élevée, qui s'augmente constamment, presque toujours par degrés insensibles, ne regarde que les mathématiciens; l'autre, longtemps immuable, s'accroît brusquement, à des intervalles éloignés, par l'adoption de quelque théorie nouvelle : c'est la matière de l'enseignement, ce que doivent retenir et savoir appliquer tous les hommes qui s'adonnent aux sciences exactes et, sans cultiver les Mathématiques, ont toujours besoin de les connaître.

Dans laquelle de ces deux parties faut-il aujourd'hui ranger les fonctions elliptiques? Partout on les enseigne; seuls les mathématiciens savent s'en servir. Elles traversent, semble-t-il, une période de transition. C'est avec l'espoir de hâter la fin de cette période que j'ai entrepris cet Ouvrage.

Trois Volumes, dont voici le premier, contiendront à peu près complète, je l'espère, la théorie des fonctions elliptiques, avec ses principales applications, au point où l'on est aujourd'hui parvenu. Mais, en offrant au lecteur le moyen de s'instruire complètement dans cette partie des Mathématiques, j'ai voulu lui permettre de graduer son instruction. J'ai donc réservé pour le troisième Volume ce qu'il y a de plus abstrait, la théorie de la *transformation*, les applications à l'Algèbre et à l'Arithmétique supérieure; cette partie ne regarde que les mathématiciens, et les travaux incessants dont elle est actuellement l'objet prouvent qu'elle n'est pas encore parvenue à la dernière perfection.

L'étude des sept premiers Chapitres, la moitié du premier Volume, suffira pour connaître les fonctions elliptiques aussi complètement qu'on apprend la Trigonométrie dans les cours élémentaires, pour comprendre les applications à la Mécanique, à la Physique, à la Géométrie, au Calcul intégral.

Ces applications sont nombreuses déjà, toutes d'une grande importance, comme l'attestent les noms des géomètres qui les ont faites, Gauss, Jacobi, Lamé, Hermite, pour ne citer que les plus célèbres.

C'est à rendre ces applications facilement accessibles que je me suis surtout attaché, et l'on ne devra pas s'étonner de me voir, en maint endroit, insister sur des détails qui ne semblent point d'abord intéresser la théorie générale : la meilleure théorie n'est-elle pas celle qui s'applique le mieux?

Les applications auraient pu, au moins en grande partie, être placées dans la seconde moitié de ce premier Volume. Je les ai remises au second, qu'elles rempliront entièrement. Il a paru préférable de compléter celui-ci par l'exposé des divers modes de développement des fonctions elliptiques en séries. C'est une théorie dont la connaissance constitue un second degré d'instruction, mais qui, répétons-le, n'est pas indispensable, pas plus que la connaissance des développements en séries n'est jugée nécessaire pour apprendre et appliquer la Trigonométrie. Toutefois, comme l'un des modes de développement, particulièrement célèbre, a une grande importance pour les calculs numériques, je l'ai exposé à part, dès le Chapitre VIII, offrant ainsi au lecteur l'occasion d'acquérir facilement, par la connaissance des séries de Jacobi, ce qu'il y a de plus essentiel dans la seconde partie de ce Volume.

Les mathématiciens verront sans doute avec étonnement que, ne prenant pas les séries pour point de départ, je n'emploie pas cependant les intégrales imaginaires et les éléments de la théorie générale des fonctions, si propres à simplifier l'exposition directe. Les procédés dont je fais usage, plus élémentaires, répondent mieux, je crois, à l'idée d'instruction graduelle, qui m'a servi de guide. En rejetant à la fin du Volume l'étude des liens étroits qui unissent les intégrales imaginaires et les fonctions doublement périodiques, j'ai sacrifié l'élégance à l'utilité. Si j'ai été entraîné par là, notamment dans les Chapitres V et VI, à quelques longueurs, il ne faut pas trop le regretter : les détails qu'exige l'unique considération des intégrales réelles sont, de toute façon, nécessaires; si, en se servant d'abord des intégrales imaginaires, on les évite dans la théorie générale, on est tenu de les aborder ensuite pour certaines applications. Sur ce point donc, je demande aux mathématiciens leur indulgence provisoire, jusqu'à la publication du second Volume. Ils pourront alors juger si le mode d'exposition, adopté spécialement pour rendre les applications faciles, répond, autant que je le crois, au but proposé.

Les notations employées dans cet Ouvrage sont celles de M. Weierstrass. La préférence qu'il faut leur accorder sur les notations primitives n'est pas contestable. Pour les applications, elles constituent un très grand progrès, grâce surtout à l'avantage de fournir, dans l'inversion des intégrales elliptiques, les mêmes formules, quel que soit le nombre des racines réelles du polynôme placé sous le radical. Ce n'est pas seulement par là que M. Weierstrass a innové dans la théorie des fonctions elliptiques, comme on peut le voir dans les quelques feuilles, trop concises, publiées, d'après ses Leçons, par M. H.-A. Schwarz avec un soin extrêmement remarquable. Je n'ai pas manqué de consulter cette publication et d'y prendre un grand nombre de formules.

Tout en adoptant les notations nouvelles, je fais connaître, dès le début, les anciennes. En apprenant ici les fonctions elliptiques, on n'aura pas à craindre de ne pouvoir lire les Ouvrages ou les Mémoires écrits avec les notations primitives, qui, à défaut d'autres titres, ont celui d'avoir servi à Legendre, Abel, Jacobi et à notre contemporain M. Hermite.

Dans le cours de ce Volume, on trouvera rarement cités les auteurs à qui sont empruntées les idées ou les démonstrations. Je n'aurais rien ajouté à la gloire des géomètres que je viens de nommer en répétant leurs noms à chaque page. J'ai cru mieux faire en composant un aperçu historique sur les fonctions elliptiques, où chaque progrès, mis à sa place au point de vue de l'importance et de l'époque, apparaît dans son vrai jour. Mais cet aperçu ne peut être utile qu'aux personnes déjà versées dans la théorie; il terminera le troisième Volume et contiendra les indications nécessaires pour que le lecteur retrouve aisément dans le cours de l'Ouvrage les théories, dont il connaîtra déjà le sens, et dont l'histoire lui sera alors présentée.

Des amis dévoués, MM. Alfred Collet et Charles Brisse ont pris la peine de lire les épreuves et m'ont prêté un bien utile et bien gracieux concours; notre célèbre imprimeur-éditeur, M. Gauthier-Villars, après avoir accueilli cette publication avec un empressement que je ne saurais oublier, lui a prodigué tous ses soins, au delà, sans doute, de ce qu'elle méritait. Seul, on le voit, je suis responsable des fautes qui subsistent. Mais le public d'élite, auquel s'adresse cet Ouvrage, saura bien discerner que j'ai voulu seulement être utile et me pardonnera, sans effort, toutes les imperfections qu'il serait en droit de me reprocher, si mon livre avait des prétentions plus hautes.