

## **Circonférence tangente à trois circonférences et sphère tangente à quatre sphères**

*Nouvelles annales de mathématiques 3<sup>e</sup> série*, tome 5  
(1886), p. 539-540

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1886\\_3\\_5\\_\\_539\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__539_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1886, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

**CIRCONFÉRENCE TANGENTE A TROIS CIRCONFÉRENCES  
ET SPHÈRE TANGENTE A QUATRE SPHÈRES;**

PAR M. A. A.

---

I. Soient A, B, C les trois circonférences données; considérons les sphères dont ces circonférences sont les grands cercles.

Soit  $\Omega$  une sphère tangente à ces trois sphères; transformons la figure par rayons vecteurs réciproques, le *pôle* étant un point quelconque de l'axe radical et la *puissance* étant la puissance elle-même du pôle par rapport aux trois sphères.

$\Omega$  se transforme suivant une sphère  $\Omega'$  tangente aux trois sphères données et les nouveaux points de contact sont les transformés des anciens.

Donc, étant donnée une sphère particulière tangente aux trois sphères, nous pourrions en trouver une infinité par cette transformation. Comme sphère particulière nous prendrions un plan tangent aux sphères, plan que nous pouvons construire facilement, car sa trace sur le plan des trois centres est un axe de similitude des circonférences données A, B, C.

De tout ce qui précède nous déduisons que :

*Les points de contact d'une série de sphères tangentes à trois sphères sont respectivement sur trois plans passant par l'axe radical et par la polaire, par rapport à chacune des sphères, d'un axe de similitude des circonférences sections des sphères par le plan des trois centres.*

D'où la construction de Gergonne pour la solution de notre premier problème :

*Déterminez le centre radical  $S$  et un axe de similitude des trois circonférences  $A, B, C$ ; prenez, par rapport à chacune d'elles, les pôles  $p, q, r$  de cet axe; les droites  $Sp, Sq, Sr$  rencontrent respectivement  $A, B, C$  aux points de contact cherchés.*

II. Soient  $A, B, C, D$  les quatre sphères données. Appliquant la remarque ci-dessus à trois de ces sphères, on trouve immédiatement que les points de contact de la sphère demandée sont sur quatre droites issues du centre radical et passant par les points d'intersection des polaires, par rapport à chaque sphère, des axes de similitude des sphères prises trois à trois (*ces points sont précisément les pôles des plans de similitude*).

D'où la construction suivante :

*Déterminez le centre radical  $S$  et un plan de similitude des quatre sphères  $A, B, C, D$ ; prenez, par rapport à chacune d'elles, les pôles  $p, q, r, t$  de ce plan; les droites  $Sp, Sq, Sr, St$  rencontrent respectivement  $A, B, C, D$  aux points de contact cherchés.*

Comme il y a huit plans de similitude, il y a en tout seize solutions.

Il y a analogie complète entre les deux constructions.