

Concours général de 1884

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 5
(1886), p. 245-247

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1886_3_5__245_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1886, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1884.

Mathématiques élémentaires.

On donne un cercle O , et sur ce cercle deux points A, A' . On considère tous les couples de deux cercles C, C' tangents entre eux et tangents au cercle O , le premier en A , le second en A' .

1. Trouver le lieu du point de contact des cercles C, C' ; puis, prenant un point sur ce lieu, reconnaître, d'après la position de ce point sur le lieu, le mode de contact des cercles C et C' qui correspondent à ce point, et le mode de contact de chacun d'eux avec le cercle O .

2. Trouver le lieu du point de concours des tangentes communes extérieures aux cercles C et C' d'un même couple.

3. A un point N du lieu précédent correspondent deux couples de cercles C et C' . Soit M le point de contact des cercles de l'un de ces couples, et soit M' le point de contact des cercles de l'autre couple. On considère le triangle NMM' .

Trouver le lieu du centre du cercle inscrit dans ce triangle, le lieu du centre du cercle circonscrit, le lieu du point de concours des hauteurs. Vérifier que tout point commun à deux de ces trois lieux appartient à l'autre.

4. Soit R le rayon du cercle O et θ l'angle des rayons

de ce cercle terminés en A et A' . Calculer les rayons d'un couple de cercles C et C' , tels que le rapport de la somme des aires de ces cercles à l'aire du cercle O soit égal à un nombre donné m . Discuter le problème dans le cas particulier où θ est droit et reconnaître, pour chaque solution, selon la valeur de m , le mode de contact des cercles C et C' , et le mode de contact de chacun d'eux avec le cercle O .

Philosophie.

Etant donné un triangle ABC et une droite L non située dans le plan du triangle, on joint aux points B et C un point quelconque D de la droite L , de façon à former un quadrilatère $DBAC$, dont les côtés ne sont pas nécessairement dans un même plan.

1. Démontrer que le quadrilatère, qui a pour sommets les points milieux des côtés du quadrilatère $DBAC$, est un parallélogramme.

2. Etudier les variations de la surface de ce parallélogramme, quand le point D se déplace sur la droite.

3. Trouver la position que le point D doit occuper sur la droite L , pour que le parallélogramme soit un losange ou un rectangle.

4. Examiner si ce parallélogramme peut devenir un carré.

Seconde.

1. On donne les rayons r et R de deux cercles, le premier inscrit, le second circonscrit à un même triangle isocèle. Trouver la distance des centres des deux cercles, la base et la hauteur du triangle isocèle. Discussion.

2. On donne trois droites A, B, C de l'espace, non parallèles à un même plan; on demande de construire une quatrième droite D, qui coupe les trois premières de telle sorte que les segments interceptés sur cette droite par les droites A, B, C soient égaux entre eux. Discussion.