

Note sur les solutions, en nombres entiers, de l'équation (I) $\frac{x^3+2}{5^2} = y$, où l'on suppose x impair

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 4 (1885), p. 431-432

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1885_3_4__431_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LES SOLUTIONS, EN NOMBRES ENTIERS,
DE L'ÉQUATION

$$^{(1)} \frac{x^3 + 2}{5^2} = y,$$

OU L'ON SUPPOSE x IMPAIR ⁽¹⁾.

Pour que $\frac{x^3 + 2}{5^2}$ représente un nombre entier, il faut évidemment que le chiffre des unités simples du nombre impair x soit 7.

En posant

$$x = 10n + 7.$$

il vient

$$x^3 + 2 = 10^3 n^3 + 3 \cdot 7 \cdot 10^2 n^2 + 3 \cdot 7^2 \cdot 10 n + 345.$$

⁽¹⁾ Question proposée par un Abonné aux *Nouvelles Annales*.

Les deux termes $10^3 n^3$, $3 \cdot 7 \cdot 10^2 n^2$ sont divisibles par 5^2 et

$$3 \cdot 7^2 \cdot 10 n + 345 = (3 \cdot 7^2 \cdot 2 n + 69) 5 = (7^2 \cdot 2 n + 23) 15;$$

il faut donc que $7^2 \cdot 2 n + 23$ soit multiple de 5.

Or l'équation

$$7^2 \cdot 2 n + 23 = 5 \cdot z$$

est vérifiée par

$$n = 4 \quad \text{et} \quad z = 83;$$

d'où

$$n = 4 + 5 t,$$

t , nombre entier quelconque; par suite,

$$10 n = 40 + 5 t, \quad 10 n + 7 = 47 + 50 t;$$

donc

$$x = 47 + 50 t.$$

Ainsi, les valeurs positives de x forment une progression arithmétique dont le premier terme est 47, et la raison 50.

L'équation (1) fait connaître les valeurs correspondantes de y .

On voit que 47 est le plus petit nombre positif, impair, dont le cube augmenté de 2 est divisible par 25.

(G.).