NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

L. LEFÈVRE

Construction des points doubles en projection dans l'intersection de deux surfaces du second degré

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 3 (1884), p. 5-7

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3__5_0>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

CONSTRUCTION DES POINTS DOUBLES EN PROJECTION DANS L'INTERSECTION DE DEUX SURFACES DU SECOND DEGRÉ;

PAR M. L. LEFÈVRE,
Professeur de Mathématiques spéciales au lycée de Tours.

Supposons qu'on demande les points doubles en projection horizontale. On coupe les surfaces par le plan vertical qui a pour trace la ligne L des points doubles, on obtient deux coniques Σ, Σ' [1] qui se coupent en quatre points M, N, O, P situés sur deux cordes verticales MN, OP dont les pieds sont les points doubles cherchés e, f.

Nous allons indiquer une méthode qui suppose seulement qu'on sache construire les points où les projections des sections des deux surfaces par deux plans Q, Q', choisis comme on voudra, coupent la ligne I.

Le plan Q détermine dans le plan de la figure une droite qui coupe Σ en deux points A, A_1, Σ' en B, B_1 et les cordes MN, OP en C, C_1.

D'après le théorème de Desargues, ces trois couples forment une involution [2], et si on les projette en a, a_1, b, b_1, e, f sur L, on a encore une involution qui est dé-

---

(1) Le lecteur est prié de faire la figure obtenue dans ce plan.

(2) Voir *Traité de Géométrie* de MM. Rouché et de Comberousse, 3e édition, § 1130.

terminée, puisque, par hypothèse, on en connaît deux couples a, a_1, b, b_1; supposons construits ses points doubles d, d_1, les points inconnus e, f divisent harmoniquement dd_1.

Le plan Q′ fournit une seconde involution de points doubles d', d'_1 qui divisent ef harmoniquement : donc e et f sont déterminés.

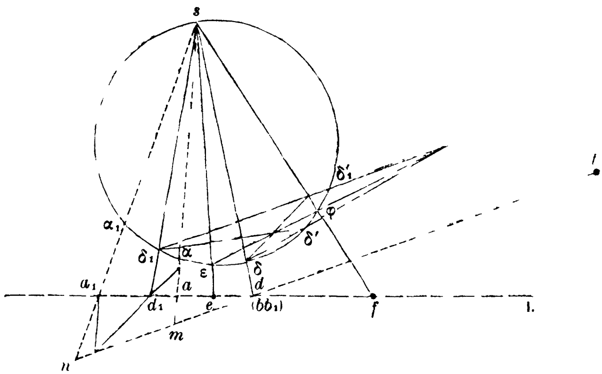
Remarque. — On devra s'arranger de façon que les couples d, d_1, d', d'_1 soient réels; pour cela, il suffit que les segments aa_1, bb_1 n'empiètent pas l'un sur l'autre.

Il peut se faire que les points e, f ainsi construits soient des points isolés de la courbe; cela tient à ce que deux coniques Σ, Σ′ ont toujours un couple réel de sécantes : il faudra chercher les projections verticales, ce qui est nécessaire si l'on veut avoir les tangentes.

Tracé graphique.

Il s'agit de déterminer trois fois les deux points qui divisent harmoniquement deux segments : pour effectuer ces constructions, nous projetons les différents points de L sur la circonférence d'un cercle dans le plan de la figure en prenant pour origine un point quelconque de ce cercle (*loc cit.*, § 1119).

Considérons par exemple deux cônes : nous prendrons deux des plans auxiliaires passant par les sommets S et T et ayant déjà servi à obtenir des points m, n de l'intersection; pour simplifier les constructions, prenons les deux plans limites; alors les deux points b. b_1 par exemple sont confondus : ils forment donc l'un des points doubles d; l'autre point double d_1 s'obtiendra en prenant le conjugué harmonique de d par rapport à aa_1. Cette construction peut se faire sans le secours du cercle. On déterminera de même un second couple $d'd'_1$ et l'on achèvera la construction, ainsi que l'indique la figure, en prenant pour origine la projection du sommet S de l'un des cônes.



Lorsqu'on connaît un des deux points doubles, ce qui arrive lorsqu'il y a un point de rebroussement, il suffit, pour avoir l'autre, de déterminer un seul couple dd_1 et de prendre le conjugué harmonique du point connu par rapport à ce couple.