

MAURICE D'OCAGNE

Semi-droites réciproques parallèles à l'axe de transformation

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 3
(1884), p. 23-25

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1884_3_3_23_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1884, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SEMI-DROITES RÉCIPROQUES PARALLÈLES A L'AXE
DE TRANSFORMATION;**

PAR M. MAURICE D'OCAGNE.

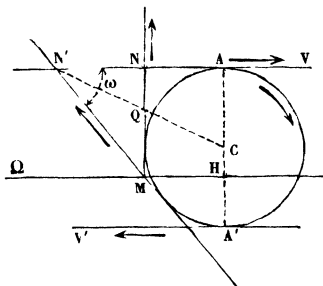
La construction de la semi-droite réciproque d'une
semi-droite donnée, qui résulte de la définition (1), n'est

(1) *Nouv. Ann.*, 3^e série, t. I, p. 546, § 9.

pas applicable à une semi-droite parallèle à l'axe de transformation. Nous allons démontrer le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Le rapport des distances à l'axe Ω , de deux semi-droites réciproques parallèles à Ω , est égal à la tangente du demi-angle que fait Ω avec la réciproque d'une perpendiculaire à cet axe.*

Soient AV et A'V' deux semi-droites réciproques parallèles à l'axe Ω ; prenons une semi-droite MN perpen-



diculaire à Ω et sa réciproque MN'. D'après un théorème démontré par M. Laguerre ⁽¹⁾, ces deux couples de semi-droites sont tangents à un même cycle C.

Cela posé, nous avons

$$AH + A'H = 2AC = 2AN' \tan \frac{\omega}{2},$$

ou, d'après un théorème bien connu, en appelant $2p$ le périmètre du triangle MNN',

$$(1) \quad AH + A'H = 2p \tan \frac{\omega}{2}.$$

(1) *Nouv. Ann.*, 3^e série, t. I, p. 547.

D'ailleurs,

$$\begin{aligned} \text{AH} = \text{MN} = \text{MQ} + \text{QN} &= \frac{\text{MN}' \sin \frac{\omega}{2}}{\sin Q} + \text{NN}' \tan \frac{\omega}{2} \\ &= (\text{MN}' + \text{NN}') \tan \frac{\omega}{2}, \end{aligned}$$

ou

$$(2) \quad \text{AH} = (2p - \text{AH}) \tan \frac{\omega}{2}.$$

Retranchant l'égalité (2) de l'égalité (1) membre à membre, nous avons

$$\text{A'H} = \text{AH} \tan \frac{\omega}{2}$$

ou

$$\frac{\text{A'H}}{\text{AH}} = \tan \frac{\omega}{2}.$$

L'angle ω étant indépendant des semi-droites parallèles considérées, le théorème est établi.