

ERNEST CESARO

Sur l'existence de certains polyèdres

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 2
(1883), p. 46-47

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1883_3_2__46_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR L'EXISTENCE DE CERTAINS POLYÈDRES ;

PAR M. ERNEST CESARO.

THÉORÈME. — *Il n'y a que cinq espèces de polyèdres dont tous les angles solides ont m arêtes, et toutes les faces n côtés.*

D'après l'hypothèse, le nombre des arêtes serait mS ou nF ; mais chaque arête est comptée deux fois. Le nombre des arêtes est donc

$$A = \frac{mS}{2} = \frac{nF}{2},$$

d'où

$$S = \frac{2}{m}A, \quad F = \frac{2}{n}A.$$

En remplaçant dans l'équation d'Euler

$$S + F = A + 2,$$

on obtient

$$A = \frac{2mn}{2(m+n) - mn}.$$

On doit avoir

$$2(m+n) - mn > 0,$$

d'où

$$m < \frac{2n}{n-2}.$$

D'autre part, $m > 2$, ce qui exige que l'on ait $\frac{2n}{n-2} > 3$,
d'où $n < 6$. En faisant successivement $n = 3, 4, 5$, on
trouve $m < 6, 4, 3\frac{1}{3}$. Nous obtenons ainsi cinq solutions

$$\begin{aligned} m &= 3, \quad n = 3 \\ \left\{ \begin{array}{l} m = 3, \quad n = 4 \\ m = 4, \quad n = 3 \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} m = 3, \quad n = 5 \\ m = 5, \quad n = 3 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

qui correspondent aux polyèdres suivants :

- | | | | |
|---|-----------|----------|---|
| I. Tétraèdre à faces triangulaires et angles trièdres..... | $F = 4,$ | $S = 4,$ | $A = 6$ |
| II. Hexaèdre à faces quadrangulaires et angles trièdres..... | $F = 6,$ | $S = 8$ | $\left. \vphantom{\begin{array}{l} F = 6, \\ F = 8, \end{array}} \right\} A = 12$ |
| III. Octaèdre à faces triangulaires et angles tétraèdres..... | $F = 8,$ | $S = 6$ | |
| IV. Dodécaèdre à faces pentagonales et angles trièdres..... | $F = 12,$ | $S = 20$ | $\left. \vphantom{\begin{array}{l} F = 12, \\ F = 20, \end{array}} \right\} A = 30$ |
| V. Icosaèdre à faces triangulaires et angles pentaèdres..... | $F = 20,$ | $S = 12$ | |