

E. BRASSINNE

Généralisation du théorème de Brianchon et de l'hexagone de Pascal

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 1
(1882), p. 318-319

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1882_3_1__318_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1882, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME DE BRIANCHON ET DE L'HEXAGONE DE PASCAL;

PAR M. E. BRASSINNE.

THÉORÈME I. — *Un polygone de $2n$ côtés est circonscrit à une conique, si $n - 1$ diagonales consécutives, joignant chacune deux sommets opposés, se coupent en un même point; la $n^{\text{ème}}$ diagonale passera aussi par ce point.*

THÉORÈME II. — *Si un polygone de $2n$ côtés inscrit dans une conique est tel que $n - 1$ systèmes de deux côtés opposés consécutifs se coupent suivant une ligne droite, le $n^{\text{ème}}$ système se coupera aussi sur cette droite.*

Il suffira d'établir le théorème (I) dans le cas de l'octogone circonscrit à la conique. Les huit premiers chiffres désignent les équations des côtés consécutifs du polygone,

c_1, c_2, c_3, c_4 les équations des quatre cordes qui joignent deux à deux les points de contact des côtés opposés.

L'équation de la conique aura les quatre formes suivantes

$$\begin{aligned}\lambda(1,5) + c_1^2 &= 0, & \lambda'(2,6) + c_2^2 &= 0, \\ \lambda''(3,7) + c_3^2 &= 0, & \lambda'''(4,8) + c_4^2 &= 0.\end{aligned}$$

Un système quelconque de valeurs de x, y rend tous les premiers membres identiques pour les coordonnées des points de rencontre des côtés 1, 2 et 5, 6; on a

$$c_1 = c_2,$$

par la raison que

$$c_1 = \mp \sqrt{\lambda(1,5)} \quad \text{et} \quad c_2 = \mp \sqrt{\lambda'(2,6)}$$

et que les seconds membres sont nuls. Pour les équations des quatre diagonales qui joignent les sommets opposés, on trouve

$$c_1 = c_2, \quad c_2 = c_3, \quad c_3 = c_4, \quad c_4 = c_1;$$

si les trois premières sont satisfaites par les coordonnées x, y d'un même point, il en sera de même de la quatrième.

Les expressions de $c_1, c_2, c_3, c_4, \dots$ déduites des relations précédentes, qui sont du second degré, se rapportent à deux figures différentes. Si, par exemple, dans le cas de l'hexagone circonscrit, on prolonge jusqu'à leur rencontre les côtés 1, 3; 4, 6 ou 2, 4; 5, 1, ou 3, 5; 6, 2, on forme trois quadrilatères dont les diagonales se coupent au même point. Leurs extrémités sont les sommets d'un nouveau polygone circonscrit à la conique.
