

H. RESAL

Sur un théorème de Pappus

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 20
(1881), p. 433-434

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__433_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR UN THÉOREME DE PAPPUS;

PAR M. H. RESAL.

L'énoncé de ce théorème, qui est peu ou point connu, a été traduit de la manière suivante :

Si du sommet d'un hémisphère on décrit une spirale par un point partant de ce sommet et marchant uniformément sur le quart de cercle qu'il parcourra pendant que le quart de cercle fera une révolution entière autour de l'hémisphère, la portion de la surface sphérique comprise entre cette spirale et la base sera égale au carré du diamètre.

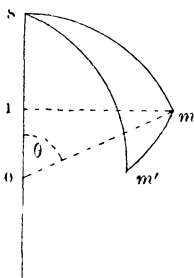
Soient

R le rayon de l'hémisphère;

S son sommet;

O son centre;

m une position quelconque du mobile;



m' une position qui en est infiniment voisine;

l la projection de m sur OS;

θ l'angle mOS ;

φ l'angle dont le quart de cercle a tourné.

$$(434)$$

Comme on a $\varphi = 2\pi$ pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, on voit que

$$\theta = \frac{\varphi}{4}.$$

On reconnaît facilement que

$$SI = R \left(1 - \cos \frac{\varphi}{4} \right),$$

$$\text{aire} Smm' = 2\pi R \cdot SI \times \frac{d\varphi}{2\pi} = R^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{4} \right) d\varphi.$$

En intégrant cette expression entre les limites 0 et 2π , on trouve pour l'aire comprise entre le sommet S et la spirale

$$R^2(2\pi - 4).$$

Par conséquent, l'aire comprise entre la courbe et la base est $4R^2$, ce qui est conforme à l'énoncé.