

H. RESAL

Note sur la généralisation d'un théorème de Pappus

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 20
(1881), p. 337-338

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__337_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR LA GÉNÉRALISATION D'UN THÉORÈME DE PAPPUS;

PAR M. H. RESAL.

L'illustre géomètre d'Alexandrie a énoncé le théorème suivant, dont la démonstration, si elle a été donnée, n'est pas parvenue jusqu'à notre époque :

Si trois mobiles placés aux sommets d'un triangle partent en même temps et parcourent respectivement les trois côtés, en allant dans le même sens et avec des vitesses proportionnelles à ces côtés, leur centre de gravité restera immobile.

Ce théorème, qui est tombé dans l'oubli malgré l'intérêt qu'il présente, est un cas particulier du suivant :

Soient $A_1 A_2 \dots A_n A_1$ un polygone fermé de n côtés, plan ou gauche, m la masse de chacun des n points matériels, partant en même temps des sommets $A_1, A_2, \dots, A_n$, et dans le même sens, avec des vitesses constantes $V_1, V_2, \dots, V_n$, proportionnelles aux côtés $a_1 = A_1 A_2, a_2 = A_2 A_3, \dots, a_n = A_n A_1$, le centre de gravité des masses m reste fixe.

Rapportons le système à trois axes coordonnés rectangulaires Ox, Oy, Oz , et soient

x_i, y_i, z_i les coordonnées du sommet A_i ;
 x, y, z celles du centre de gravité du système des masses m au bout du temps t ;
 $V_i = k a_i$ la vitesse du mobile m_i qui part du sommet A_i , en désignant par k une constante.

L'ordonnée parallèle à Ox du mobile m_i au bout du

temps t étant

$$x_i + k a_i \cos(\widehat{a_i, x}) \times t,$$

on a, en prenant les moments par rapport au plan Oz ,

$$x \Sigma m = m \sum_{i=1}^{i=n} \left[x_i + k a_i \cos(\widehat{a_i, x}) \times t \right]$$

ou

$$x \Sigma m = m \Sigma x_i + k t \sum_{i=1}^{i=n} a_i \cos(\widehat{a_i, x}).$$

Comme le polygone est fermé, le second terme du second membre de cette égalité est nul; d'ailleurs, $\Sigma m = nm$; par suite,

$$x = \frac{1}{n} \Sigma x_i,$$

et de même

$$y = \frac{1}{n} \Sigma y_i,$$

$$z = \frac{1}{n} \Sigma z_i,$$

ce qui démontre le théorème énoncé.