Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 556-558

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__556_1>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.

Question 1336

(voir 2e série, t. XVIII, p. 478);

PAR M. MORET-BLANC.

Deux droites g, g', contenant deux séries homographiques des points A, B, C, D, ... et A', B', C', D', ..., *sont données; les droites* AA', BB', CC', DD', ... *enveloppent une conique: quel est le lieu des milieux de ces droites?* (DROZ.)

Soit S un point quelconque du plan; les couples de droites SA, SA', ..., SB, SB', ... forment deux faisceaux homographiques dont les deux rayons doubles sont les tangentes que l'on peut mener du point S à l'enveloppe des droites AA', BB', ... ; cette enveloppe est donc une courbe de seconde classe, et par conséquent une conique.

Prenons les droites g, g' pour axes de coordonnées, et soient α, β les distances de deux points homologues à l'origine. Ces points sont liés par une relation homographique de la forme

$$\alpha\beta + a\alpha + b\beta + c = 0.$$

Les coordonnées du milieu de la droite qui les joint sont

$$x = \frac{\alpha}{2}, \quad y = \frac{\beta}{2}, \quad \text{d'où} \quad \alpha = 2x, \quad \beta = 2y.$$

En substituant ces valeurs dans la relation précédente, on a, pour l'équation du lieu des milieux des droites AA', BB', ...,

$$4xy + 2ax + 2by + c = 0.$$

Ce lieu est donc une hyperbole ayant ses asymptotes parallèles aux droites g, g données.

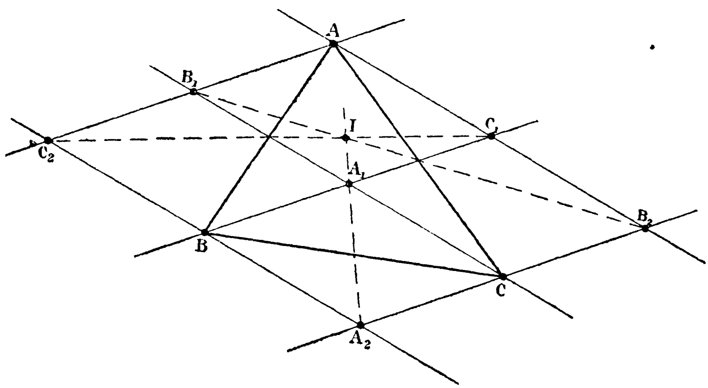
Note. — Solution analogue de M. Ferdinando Pisani.

Question 1346

(voir 2ᵉ série, t. XVIII, p. 528),

PAR M. FAUQUEMBERGUE,
Maître répétiteur au lycée de Saint-Quentin.

Par les trois sommets d'un triangle on mène trois droites parallèles à une même direction ; puis, trois autres droites parallèles aussi à une autre direction ; ces droites,



en se coupant, forment des parallélogrammes, parmi lesquels il y en a trois qui ont chacun un côté du triangle pour diagonale : démontrer que les secondes diago-

nales de ces trois parallélogrammes se coupent en un même point. (A. Boilleau.)

Soient ABC le triangle donné et BA_1CA_2, CB_1AB_2, AC_1BC_2 les trois parallélogrammes qui ont respectivement pour une de leurs diagonales les côtés BC, CA, AB. Menons les diagonales B_1B_2 et C_1C_2, qui se coupent en un point I.

Le triangle AC_1C_2, coupé par la transversale B_1IB_2, donne

$$IC_2 \times AB_1 \times B_2C_1 = IC_1 \times AB_2 \times B_1C_2,$$

ou, en remarquant que $AB_1 = A_1C_1$, $B_2C_1 = BA_2$, $AB_2 = A_2C_2$ et $B_1C_2 = A_1B$, on a

$$IC_2 \times A_1C_1 \times BA_2 = IC_1 \times A_2C_2 \times BA_1.$$

Cette relation, qui prouve que les trois points A_2, A_1, I sont en ligne droite, démontre le théorème.

Note. — La même question a été résolue par MM. Lez; Droz; Moret-Blanc; E. Pecquery, élève au lycée du Havre; J. Marchal; V. Robin, élève à Nancy; N. Goffart et F. Pisani.