Nouvelles annales de mathématiques

Lionnet

Note relative aux intersections intérieures des diagonales d'un polygone convexe

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 456-457

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__456_0>

NOTE RELATIVE AUX INTERSECTIONS INTÉRIEURES DES DIAGONALES D'UN POLYGONE CONVEXE;

PAR M. LIONNET.

THÉORÈME. — *Le nombre i_n des intersections intérieures des diagonales d'un polygone convexe de n côtés est égal au nombre c_n^4 des combinaisons de ses n sommets quatre à quatre.*

Dans un polygone convexe de n côtés, quatre sommets, pris comme on voudra, sont les sommets d'un quadrilatère convexe où les diagonales, qui sont deux diagonales du polygone proposé, se coupent à l'intérieur du quadrilatère et, par suite, à l'intérieur du polygone.

Réciproquement, si deux diagonales du polygone proposé s'y coupent intérieurement, leurs extrémités sont quatre sommets du polygone; donc $i_n = c_n^4$.

Remarque I. — L'énoncé du théorème précédent, plus exact que celui déjà publié deux fois dans les *Nouvelles Annales* (années 1848 et 1880, p. 91 et 44), diffère de celui-ci en ce que l'expression *points d'intersection* y est remplacée par le mot *intersections*. La raison en est que, si plus de deux diagonales se coupent en un même point intérieur au polygone, plusieurs intersections intérieures de deux diagonales correspondent à ce seul point d'intersection. Ainsi, par exemple, dans l'hexagone régulier, où la formule $i_n = c_n^4$ donne 15 pour le nombre des intersections intérieures des diagonales, on trouve seulement treize points intérieurs d'intersection, ce qui tient à ce que trois des neuf diagonales se coupent au centre du polygone.

Remarque II. — Les auteurs qui ont donné précédemment la démonstration de la formule $i_n = c_n^4$ ont cru devoir calculer d'abord le rapport de i_n à i_{n-1} ou la différence $i_n - i_{n-1}$; mais il m'a semblé beaucoup plus simple d'en donner une démonstration directe.

Note du Rédacteur. — M. le professeur de Virieu remarque de même que ce theorème, dont on a donne des demonstrations dans les *Nouvelles Annales* (annees 1848 et 1880, p. 91 et 44), cesse d'etre rigoureusement exact lorsque trois ou plus de trois diagonales du polygone considere se coupent en un même point interieur.