NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ÉDOUARD LUCAS

Note sur la construction des normales à l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 279-280

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__279_1>

NOTE SUR LA CONSTRUCTION DES NORMALES A L'ELLIPSE (¹);

PAR M. ÉDOUARD LUCAS.

Les solutions indiquées ici peuvent être résumées et améliorées de la façon suivante. Désignons par

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

l'équation d'une ellipse *tracée*, et par x_0, y_0 les coordonnées d'un point P d'où l'on abaisse les normales. Les perpendiculaires abaissées du sommet A de coordonnées $(a, 0)$ sur les normales issues du point P rencontrent la courbe en quatre points M_1, M_2, M_3, M_4 situés sur une circonférence dont l'équation est

$$x^2+y^2-2\frac{x}{a}\,\frac{a^2x_0^2-b^2y_0^2}{c^2}$$
$$-4\frac{a\,x_0y_0}{c^2}y+2\frac{a^2x_0^2+b^2y_0^2}{c^2}-a^2=0.$$

La puissance du sommet A par rapport à cette circonférence a pour expression $\left(\frac{2by_0}{c}\right)^2$, et celle du sommet A'

(¹) *Nouvelles Annales*, 2ᵉ série, t. IX, p. 348, et t. XV, p. 5.

a pour expression $\left(\frac{2ax_0}{c}\right)^2$. Il suffit donc de tracer une circonférence dont l'ordonnée du centre égale $2\,\frac{ax_0y_0}{c^2}$, et qui coupe orthogonalement les circonférences décrites des sommets A et A' comme centres avec des rayons égaux à $\frac{2by_0}{c}$ et $\frac{2ax_0}{c}$. Cette circonférence coupe l'ellipse en quatre points M_1, M_2, M_3, M_4 au plus ; on obtient les normales en abaissant du point P des perpendiculaires sur les quatre droites AM_1, AM_2, AM_3 et AM_4.