NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ÉDOUARD LUCAS

Sur un problème de Diophante

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 278-279
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__278_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SUR UN PROBLÈME DE DIOPHANTE;

Par M. Édouard LUCAS.

Trouver quatre nombres tels que leurs produits deux à deux, augmentés de l'unité, soient des carrés (Liv. IV, prob. XXI).

Voici une élégante solution du problème, qui détermine quatre nombres entiers en fonction de deux nombres entiers indéterminés r et s. Si l'on désigne par a, b, c, d les quatre nombres cherchés, on a

$$\begin{aligned}
a &= r,\\
b &= s(rs + 2),\\
c &= (s+1)(rs + r + 2),\\
d &= 4(rs+1)(rs+r+1)(rs^2+rs+2s+1).
\end{aligned}$$

En effet,

$$\begin{aligned}
&\sqrt{ab+1} = rs+1,\\
&\sqrt{ac+1} = rs+r+1,\\
&\sqrt{ad+1} = 2r^2s^2+2r^2s+4rs+2r+1,\\
&\sqrt{bc+1} = rs^2+rs+2s+1,\\
&\sqrt{bd+1} = 2r^2s^3+2r^2s^2+6rs^2+4rs+4s+1,\\
&\sqrt{cd+1} = 2r^2s^3+4r^2s^2+6rs^2+2r^2s+8rs+4s+2r+3.
\end{aligned}$$

Ainsi, pour $r = 1$ et $s = 2$, on a

$$a = 1,\quad b = 8,\quad c = 15,\quad d = 528$$

et

$$\begin{aligned}
&1.8+1 = 3^2, && 1.15+1 = 4^2, && 1.528+1 = 23^2,\\
&8.15+1 = 11^2, && 8.528+1 = 65^2, && 15.528+1 = 89^2.
\end{aligned}$$

Existe-t-il un cinquième nombre e tel que $ae + 1$, $be + 1$, $ce + 1$, $de + 1$ soient des carrés?

Il y aurait lieu d'obtenir des formules analogues en remplaçant dans le problème précédent $+ 1$ par $- 1$, et de compléter ainsi le problème résolu à la page 323 du Tome X des *Nouvelles Annales* (2e série, 1871).

La solution précédente m'a été adressée dernièrement de Gothembourg par M. Boije af Gennäs.