

ED. GUILLET

**Solution de la question de géométrie
analytique, proposée en 1878 aux candidats
aux bourses d'études préparatoires à la
licence ès sciences mathématiques**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 18
(1879), p. 31-32

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__31_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1879, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

PROPOSÉE EN 1878

AUX CANDIDATS AUX BOURSES D'ÉTUDES PRÉPARATOIRES
A LA LICENCE ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES;

PAR M. ED. GUILLET,

Maitre répétiteur au lycée de Lyon.

Un point et une droite étant donnés, un cercle de rayon variable est tangent à la droite et passe par le point. Trouver le lieu des points du cercle pour lesquels la tangente est perpendiculaire à la droite donnée.

Je prends pour axe des y la droite $O\gamma$ donnée, pour axe des x une perpendiculaire OA passant par le point fixe A .

En désignant par a la distance OA , par (α, β) les coordonnées variables du centre C du cercle, l'équation

$$(1) \quad (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 - r^2 = 0$$

représente l'un quelconque des cercles de la série, en tenant compte des deux conditions

$$(2) \quad r - \alpha = 0,$$

$$(3) \quad a^2 - 2\alpha a + \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0.$$

Mais les points M, M' du lieu sont à l'intersection du cercle et de la droite menée par le centre C parallèlement à $O\gamma$, droite dont l'équation est

$$(4) \quad x - \alpha = 0.$$

Il suffit d'éliminer α, β, r entre les quatre relations précédentes pour obtenir l'équation du lieu

$$y^4 - 2y^2(x^2 + 2ax - a^2) + (x - a)^4 = 0$$

ou

$$[(y - x)^2 - a(2x - a)][(y + x)^2 - a(2x - a)] = 0.$$

Le lieu cherché se compose donc de deux paraboles, symétriques par rapport à l'axe des x , tangentes à cet axe au point fixe donné, et ayant pour axes les deux droites

$$2(y - x) + a = 0,$$

$$2(y + x) - a = 0.$$

En remarquant que le centre C est toujours à égale distance du point fixe et de la droite donnée, le problème se ramène au suivant :

Trouver le lieu des points obtenus en augmentant et diminuant l'ordonnée de chaque point d'une parabole d'une quantité égale à la distance de ce point à la directrice.