NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 17 (1878), p. 516-519

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__516_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1878, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CORRESPONDANCE.

1. M. *C. Landré*, ancien répétiteur de Mathématiques à l'Université d'Utrecht, actuellement professeur à Dordrecht (Pays-Bas), nous communique une Note assez étendue sur l'application des coordonnées *trilinéaires* à diverses questions relatives à la distance d'un point à une droite, et à la distance de deux droites parallèles, définies par des équations données.

Les observations et solutions de M. Landré sont sans aucun doute bien exactes; mais les formules en coordonnées trilinéaires, auxquelles ces questions conduisent, sont loin d'être aussi simples que celles qu'on obtient, en résolvant les mêmes questions, au moyen des coordonnées *cartésiennes*.

2. M. *A. Goldenberg*, professeur de Mathématiques à Moscou, donne de la question 1255 (*voir* p. 430) une solution entièrement fondée sur la proportionnalité des côtés homologues des triangles semblables, et il en conclut ce théorème :

Soient M *un point pris dans le plan d'un triangle* ABC, *à une distance* R_1 *du centre du cercle circonscrit au triangle, et* P_1, P_2, P_3 *les pieds des perpendiculaires abaissées du point* M, *sur les côtés* BC, CA, AB; *le rapport de l'aire du triangle* $P_1P_2P_3$ *à celle du triangle* ABC *est exprimé par la formule* $\frac{R^2 - R_1^2}{4R^2}$, *dans laquelle* R *désigne le rayon du cercle circonscrit au triangle.*

Quand $R_1 = R$, l'aire du triangle $P_1P_2P_3$ s'annule, ou, ce qui revient au même, les points P_1, P_2, P_3 sont en ligne droite; c'est la droite dite de *Simpson*.

3. Une lettre anonyme, qui nous est adressée d'une ville du Danemark, contient la solution suivante de la question du Concours d'agrégation, déjà résolue (numéro de juillet, p. 516) :

« *On donne la longueur de la bissectrice de l'angle* A *d'un triangle* ABC, *et la somme des deux côtés* AB, AC *qui comprennent cet angle : on demande d'étudier la variation de la surface du triangle, ainsi que les variations de l'angle* A *et des côtés* AB, AC.

» Soient y, z les deux côtés de l'angle A ; α la bissectrice ; D le point où elle rencontre BC ; s la somme $y+z$, et d la différence $y-z$, en supposant $y \geq z$.

» Les surfaces des triangles ADB, ADC, et de leur somme S = ABC, donnent l'équation

$$\frac{1}{2}\alpha(y+z)\sin\frac{A}{2} = \frac{1}{2}yz\sin A = yz\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2},$$

et la solution immédiate

$$\cos\frac{A}{2} = \frac{\alpha s}{2yz} = \frac{2\alpha s}{s^2-d^2};$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha s\sin\frac{A}{2} = \frac{1}{2}\alpha s\sqrt{1-\frac{4\alpha^2 s^2}{(s^2-d^2)^2}};\quad \left.\begin{matrix} y \\ z \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}(s\pm d).$$

» La discussion est très-facile. L'angle A et la surface S obtiennent leur *maximum* pour

$$d=0;\quad \cos\frac{A}{2}=\frac{2\alpha}{s};\quad S=\frac{1}{2}\alpha\sqrt{s^2-4\alpha^2};\quad y=z=\frac{s}{2};$$

et leur minimum pour

$$\cos\frac{A}{2}=1;\quad A=0;\quad d^2=s^2-2\alpha s;$$

$$S=0;\quad \left.\begin{matrix} y \\ z \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}(s\pm\sqrt{s^2-2\alpha s}).$$

» Pour $\alpha = \frac{s}{2}$, il n'y a qu'une seule solution du problème; et, pour $\alpha > \frac{s}{2}$, aucune. »

4. *Extraits d'une lettre de M. Catalan.*

» 1° La *conique des neuf points* (*voir* p. 281) est mentionnée (sauf la dénomination) dans le *Manuel des Candidats à l'École Polytechnique* (t. I, p. 479); le centre de cette conique est le milieu commun des droites qui joignent les milieux des côtés opposés, ou les milieux des diagonales, du quadrilatère formé par les points donnés (*loc. cit.*) ».

» 2° *Remarque sur le nombre* 10 (*voir* p. 429) :

» Le nombre 10 est la somme des carrés des deux nombres impairs consécutifs; le carré de 10 est la somme des carrés de deux nombres pairs consécutifs; d'autres nombres jouissent-ils des mêmes propriétés (*)? »

5. M. *Albert Lacazette,* élève du Lycée de Bordeaux, démontre, par un calcul assez simple, la proposition 1276 (*voir* p. 477), et il observe qu'on démontrerait de même que la puissance d'un point quelconque O de l'espace, par rapport à la sphère circonscrite à un tétraèdre ABCD, a pour expression

$$\frac{a^2\,\mathrm{OBCD} + b^2\,\mathrm{OACD} + c^2\,\mathrm{OABD} + d^2\,\mathrm{OABC}}{\mathrm{ABCD}},$$

a, b, c, d étant les longueurs des droites OA, OB, OC, OD; et les volumes OBCD, ... recevant des signes convenables.

6. La question 1265 a été résolue par M. *Eugène*

(*) *Voir*, p. 521, une réponse à cette question.

Delmas, élève du lycée de Lyon ; la question 1271, par M. *Cottereau*, élève du lycée Charlemagne ; et les questions 1271, 1274, par M. *Pisani*.