

Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 17
(1878), p. 429-432

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__429_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1878, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SOLUTIONS DE QUESTIONS
PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.**

Question 140

(voir 1^{re} série, t. VI, p. 140);

PAR M. H. BROCARD.

En projetant cylindriquement deux hyperboles conjuguées sur un plan, les projections sont des hyperboles CONJUGUÉES. Mais que deviennent les hyperboles conjuguées en les projetant CONIQUEMENT sur un plan ?

Soient, dans un plan P, deux hyperboles conjuguées

admettant pour asymptotes communes les droites AOA' , BOB' . Soit S le sommet du cône. Par ce point faisons passer un plan M parallèle au plan N sur lequel nous cherchons la trace du cône. Ce plan M renfermera quatre génératrices du cône SC , SD , SE , SF , parallèles au plan N . Dans ces quatre directions il existe, à l'infini sur le plan N , un point de la section. Celle-ci se compose donc de deux hyperboles ayant quatre asymptotes parallèles aux quatre directions indiquées ci-dessus. Leurs centres sont différents, car les projections coniques des diamètres cessent d'être des diamètres des projections des courbes; ainsi les hyperboles ne sont plus conjuguées. Quant aux plans passant par le sommet S et les deux asymptotes AOA' , BOB' , leurs traces sur le plan N ne sont plus des asymptotes aux hyperboles trouvées; ce sont simplement des droites qui, évidemment, ne les rencontrent pas.

Question 1255

(voir 2^e série, t. XVII, p. 237);

PAR M. EUGÈNE DELMAS,

Élève du lycée de Lyon.

D'un point M on mène des parallèles aux côtés d'un triangle ABC , qui rencontrent respectivement les deux autres côtés en des points a, α ; b, β ; c, γ : démontrer que la somme

$$MaM\alpha + MbM\beta + McM\gamma$$

est égale à la puissance du point M , par rapport au cercle circonscrit au triangle.

H. SCHRÖTER.

En prenant pour triangle de référence le triangle ABC, le point M est défini par les longueurs α' , β' , γ' des perpendiculaires abaissées de ce point sur les côtés BC, AC, AB.

On a, d'une part, les relations

$$\begin{aligned} Ma &= \frac{\gamma'}{\sin B}, & Mz &= \frac{\beta'}{\sin C}, \\ Mb &= \frac{\alpha'}{\sin C}, & M\beta &= \frac{\gamma'}{\sin A}, \\ Mc &= \frac{\beta'}{\sin A}; & M\gamma &= \frac{\alpha'}{\sin B}. \end{aligned}$$

Il s'ensuit

$$\begin{aligned} MaMz + MbM\beta + McM\gamma \\ = \frac{\beta'\gamma'}{\sin B \sin C} + \frac{\alpha'\gamma'}{\sin C \sin A} + \frac{\beta'\alpha'}{\sin A \sin B}. \end{aligned}$$

D'autre part, lorsque, dans l'équation

$$\beta\gamma \sin A + \alpha\gamma \sin B + \alpha\beta \sin C = 0$$

du cercle circonscrit au triangle de référence, on remplace α , β , γ par α' , β' , γ' , le premier membre représente, en valeur absolue, le produit de $\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$, par le carré de la tangente menée au cercle par le point M (*); donc la puissance du point M est, en valeur absolue,

$$\frac{\beta'\gamma'}{\sin B \sin C} + \frac{\alpha'\gamma'}{\sin C \sin A} + \frac{\beta'\alpha'}{\sin A \sin B}$$

ou

$$MaMz + MbM\beta + McM\gamma. \quad \text{c. q. f. d.}$$

Note. — La même question a été résolue par MM. Franchy, maître répétiteur au lycée de Moulins; E. Fauquembergue, maître répétiteur au lycée de Saint-Quentin; Moret-Blanc; Droz; Guillet; Barbarin; Kœnigs,

(*) SALMON. *Coniques*, 4^e édition, p. 125, n° 132.

élève à l'école de l'Immaculée-Conception, à Toulouse, Michel, Armand
Bertrand, propriétaire à Azillanet, J. Chambon, Michel

M. Bertrand fait observer qu'en nommant S la surface du triangle qui a pour sommets les pieds des perpendiculaires abaissées du point M sur les côtés du triangle ABC , la puissance du point M , par rapport au cercle circonscrit, a pour expression $\frac{2S}{\sin A \sin B \sin C}$.