

ROBAGLIA

Concours d'admission à l'École spéciale militaire (année 1877), 2e question

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 17
(1878), p. 206-207

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__206_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1878, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE SPÉCIALE MILITAIRE
(ANNÉE 1877).

2^e QUESTION

(voir 2^e série, t. XVI, p. 320);

PAR M. ROBAGLIA.

Résoudre l'équation $x + \sqrt{a^2 - x^2} = b$, dans laquelle les quantités données a et b sont supposées réelles et positives.

Donner la condition de réalité des racines et, en la supposant remplie, examiner si les racines satisfont toutes à l'équation.

I. Les racines de l'équation proposée étant

$$x' = \frac{1}{2} (b + \sqrt{2a^2 - b^2}) \quad \text{et} \quad x'' = \frac{1}{2} (b - \sqrt{2a^2 - b^2}) \quad (*),$$

la condition de réalité est $2a^2 - b^2 \geq 0$.

La racine x'' satisfait à l'équation $x + \sqrt{a^2 - x^2} = b$,

(*) x' et x'' sont les racines de l'équation $x^2 - bx + \frac{b^2 - a^2}{2} = 0$ qu'on obtient en faisant disparaître le radical de l'équation proposée $x + \sqrt{a^2 - x^2} = b$. L'équation $x - \sqrt{a^2 - x^2} = b$ conduit de même à $x^2 - bx + \frac{b^2 - a^2}{2} = 0$, et c'est pourquoi il y a lieu d'examiner si les racines x' et x'' satisfont toutes deux à l'équation proposée.

car, en remplaçant x par $\frac{1}{2} (b - \sqrt{2a^2 - b^2})$, on a

$$x + \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{b - \sqrt{2a^2 - b^2} + \sqrt{2a^2 + 2b\sqrt{2a^2 - b^2}}}{2} = b \text{ (*)}.$$

Mais la racine x' ne satisfera à l'équation que si l'on a $b \geq a$ (**).