

C. MOREAU

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 14
(1875), p. 527-528

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__527_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1875, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS

PROPOSÉES PAR M. C. MOREAU,
Capitaine d'Artillerie, à Calais.

1. Démontrer les formules

$$\begin{aligned}
 1 + \left(\frac{n}{1}\right)^2 + \left[\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}\right]^2 + \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right]^2 + \dots &= \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma^2(n+1)}, \\
 1 - \left(\frac{n}{1}\right)^2 + \left[\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}\right]^2 - \left[\frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right]^2 + \dots &= \cos \frac{n\pi}{2} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma^2\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}, \\
 1 - \frac{n^2}{1^2} + \frac{n^2(n^2-1)}{1^2 \cdot 2^2} - \frac{n^2(n^2-1)(n^2-4)}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} + \dots &= \frac{\sin n\pi}{n\pi},
 \end{aligned}$$

et indiquer entre quelles limites elles sont exactes.

(*) LEGENDRE, *Théorie des Nombres*, t. II, p. 126.

2. Dans quels cas peut-on aussi représenter sous forme finie la série

$$1 + \frac{n^2}{1^2} + \frac{n^2(n^2-1)}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{n^2(n^2-1)(n^2-4)}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} \\ + \frac{n^2(n^2-1)(n^2-4)(n^2-9)}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2} + \dots ?$$

3. Faire voir que, dans le produit limité

$$(1 + xr)(1 + x^2r)(1 + x^3r) \dots (1 + x^nr),$$

le coefficient de x^k est égal à

$$x^{\frac{k(k+1)}{2}} \frac{(1-x^n)(1-x^{n-1}) \dots (1-x^{n-k+1})}{(1-x)(1-x^2) \dots (1-x^k)}.$$

Si, pour $x < 1$, n augmente indéfiniment, on obtient le développement d'Euler. Pour $x = 1$, on retrouve la formule du binôme.