

J. MOUTIER

Sur la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 13
(1874), p. 65-69

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1874_2_13__65_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LA DISTRIBUTION DE L'ÉLECTRICITÉ A LA SURFACE DES CORPS CONDUCTEURS

(voir même tome, p. 51);

PAR M. J. MOUTIER.

Surfaces de niveau. — La résultante des forces répulsives exercées en chaque point d'un conducteur étant normale à la surface du conducteur, il en résulte que cette surface est une surface de niveau.

M. Chasles appelle *points correspondants*, sur deux surfaces de niveau, deux points situés sur une ligne trajectoire orthogonale à toutes ces surfaces, et *éléments superficiels correspondants*, sur deux surfaces de niveau, les éléments compris dans un canal infiniment étroit, dont les arêtes sont toutes des lignes trajectoires orthogonales aux surfaces de niveau. M. Chasles a établi que les attractions d'un corps sur deux éléments superficiels correspondants sont égales (*); il est aisé de retrouver cette propriété au moyen du théorème qui sert de point de départ à cette étude.

Considérons, en effet, une surface fermée limitée, d'une part, par deux éléments superficiels correspondants, d'autre part, par le canal infiniment étroit considéré tout à l'heure. Soient F et F' les attractions exercées sur les deux éléments correspondants; ces forces sont normales aux éléments. D'ailleurs, les attractions exercées sur les éléments superficiels du canal infiniment étroit sont dirigées suivant les éléments et ne fournissent aucune composante normale à ces éléments. Par conséquent,

(*) *Journal de l'École Polytechnique*, 25^e cahier.

d'après le théorème cité,

$$F - F' = 0.$$

Action d'une sphère homogène sur un point extérieur. — On peut déduire des considérations précédentes la loi d'attraction d'une sphère homogène sur un point extérieur.

Les surfaces de niveau sont alors des sphères concentriques; les trajectoires orthogonales des surfaces de niveau sont les rayons de la sphère prolongés.

Considérons deux éléments correspondants ω , ω' à des distances du centre de la sphère r et r' :

$$\frac{\omega}{r^2} = \frac{\omega'}{r'^2}.$$

Appelons, comme précédemment, F et F' les attractions exercées sur ces deux éléments; soient, de plus, f et f' les attractions en un point de chacun de ces éléments ou les attractions de la sphère en deux points situés à des distances du centre r et r' ,

$$F = f\omega, \quad F' = f'\omega'.$$

Puisque $F = F'$,

$$\frac{f}{f'} = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{r'^2}{r^2}.$$

Si l'on suppose la distance r' assez grande pour que l'on puisse regarder la distance d'un point situé à la distance r' du centre de la sphère comme égale à la distance de ce point à un point quelconque de la sphère, en appelant M la masse de la sphère,

$$f' = \frac{M}{r'^2}.$$

D'après la relation précédente,

$$f = \frac{M}{r^2}.$$

THÉORÈME. — *Lorsque des conducteurs renferment respectivement des quantités égales des deux fluides, tous ces conducteurs sont à l'état neutre.*

Considérons un élément ω pris sur la surface de l'un des conducteurs, et un élément correspondant ω' situé à une distance suffisamment grande du système de conducteurs, pour que l'on puisse considérer un point de cet élément comme étant à la même distance de toutes les molécules électrisées. L'action exercée sur l'élément ω' est nulle; il en est de même de l'action exercée sur ω , d'après un théorème précédent; par conséquent, l'épaisseur électrique est nulle en chaque point de l'élément ω , et, par suite, dans toute l'étendue du conducteur.

Ce théorème a été établi d'abord par Gauss dans le cas d'un conducteur unique, puis par M. Liouville dans le cas d'un système quelconque de conducteurs, au moyen de considérations différentes (*).

THÉORÈME. — *La distribution électrique ne peut avoir lieu que d'une seule manière à la surface des conducteurs.*

Supposons, en effet, une quantité d'électricité en équilibre sur un conducteur; soit e l'épaisseur électrique en un point M du conducteur. Supposons que la même quantité d'électricité puisse être distribuée d'une autre manière sur le conducteur; soit e' la nouvelle épaisseur électrique au point M.

Considérons cette seconde distribution : l'équilibre

(*) *Additions à la Connaissance des temps*, p. 34; 1845.

subsistera si l'on change le signe de l'électricité en chaque point de chaque conducteur. Superposons ce dernier état d'équilibre au premier; nous aurons un nouvel état d'équilibre auquel correspond l'épaisseur électrique $e - e'$ au point M. Mais tous les conducteurs renferment alors des quantités égales des deux fluides; d'après le théorème précédent, les conducteurs sont à l'état naturel, et, en chaque point M,

$$e - e' = 0.$$

THÉORÈME. — *La distribution électrique est indépendante de la quantité d'électricité.*

Supposons un système de conducteurs électrisés en équilibre; si l'on multiplie l'épaisseur électrique en chaque point par une quantité constante, on obtient une nouvelle couche qui n'exerce aucune action sur les points intérieurs de chaque conducteur; cette couche est donc une couche électrique en équilibre. Mais, d'après le théorème précédent, la distribution de la nouvelle quantité d'électricité ne peut avoir lieu que d'une seule manière; de sorte que, si les conducteurs électrisés renferment des quantités inégales d'électricité, il existe nécessairement un rapport constant entre les épaisseurs électriques en chaque point des conducteurs.

THÉORÈME. — *La quantité d'électricité induite sur un conducteur qui enveloppe de toutes parts le corps inducteur est égale à la quantité d'électricité du corps inducteur.*

Considérons un corps inducteur A enveloppé de toutes parts par un corps conducteur soumis à l'induction de A; soient a la charge de l'inducteur, b la charge de nom contraire induite sur la surface intérieure B du conducteur, c la charge induite sur la surface extérieure C de ce conducteur.

Imaginons une surface fermée à l'intérieur du conducteur BC, qui enveloppe la surface intérieure B. Un point pris sur cette surface est soumis aux actions des électricités a , b et c ; les trois forces correspondantes se font mutuellement équilibre; par suite, les composantes de ces forces, estimées suivant la normale à la surface, ont une somme algébrique nulle. Il en est de même pour tous les points de la surface fermée; par suite, la somme algébrique des actions de a , b et c , estimées suivant les normales, est nulle. La partie de cette somme relative à a est $4\pi a$, d'après le premier théorème; la portion de la somme relative à b est $-4\pi b$; la partie de la somme relative à c est nulle; d'après le même théorème, donc

$$a = b.$$

La quantité d'électricité induite b est donc égale à la quantité d'électricité a de l'inducteur, résultat conforme aux expériences de Faraday.