

G. LAUNOY

**Solution des questions élémentaires
proposées au concours d'agrégation de 1873**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 13
(1874), p. 480-483

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1874_2_13__480_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**SOLUTION DES QUESTIONS ÉLÉMENTAIRES PROPOSÉES
AU CONCOURS D'AGRÉGATION DE 1873;**

PAR M. G. LAUNOY,
Professeur au lycée de Tournon.

Solution de la question de Géométrie.

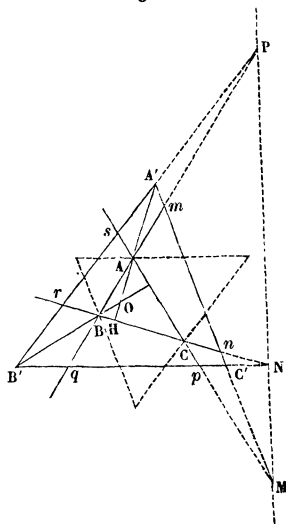
ABC (*fig. 1*) est le triangle proposé; m, n, p, q, r, s sont les points de contact des cercles exinscrits; $A'B'C'$ est le triangle résultant.

1° La première partie se démontre sans difficulté.

(481)

2° La hauteur AH du triangle ABC rencontre les côtés A'B', A'C' de A'B'C' en A' et A".

Fig. 1.



Alors le triangle AHC et la transversale $A'B'$ donnent

$$\frac{A'A}{A'H} = \frac{sA}{rH};$$

de même, le triangle AHB et la transversale A'C' donnent

$$\frac{A'' A}{A'' H} = \frac{m A}{n A};$$

il suffit alors de vérifier la proportion

$$\frac{sA}{rH} = \frac{mA}{nH} \quad \text{ou} \quad \frac{sA}{mA} = \frac{rH}{nH}.$$

Or

$$\frac{sA}{mA} = \frac{p-b}{p-c}$$

et

$$\frac{r_H}{nH} = \frac{r_B + BH}{nC + CH} = \frac{p - a + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2b}}{p - a + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}} = \frac{p - b}{p - c};$$

donc le théorème est démontré.

3° La considération des angles montre immédiatement que le point O, commun aux trois hauteurs du triangle ABC, est le centre de la circonférence circonscrite au triangle A'B'C'.

Remarque. — ABC et A'B'C' sont homologues; O est le centre d'homologie, l'axe passe par les trois points (AB, A'B'), (AC, A'C'), (BC, B'C').

Solution de la question de Mécanique.

A, B, C, . . . , L est le système proposé des points dont le nombre est n ; O est le centre de la sphère; m est la position d'équilibre cherchée. Remplaçons la sphère par une force mR passant par O; le point m entièrement libre est alors en équilibre sous l'action simultanée des efforts $mA, mB, \dots, mR$, et par conséquent il occupe la position du centre de gravité d'un système de $(n + 1)$ points massifs égaux ayant leurs centres respectifs en A, B, . . . , R (LEIBNITZ). En second lieu, si l'on prolonge mR au delà de m de la $n^{\text{ième}}$ partie de sa longueur, on obtiendra le centre de gravité des n points massifs A, B, . . . , L, c'est-à-dire le centre des moyennes distances G du système proposé. Donc :

1° La position d'équilibre du point m est sur la droite OG;

2° La réaction sphérique est égale à $n \cdot mG$.

Il est d'ailleurs évident que les points de la sphère pour lesquels la composante normale est donnée seront

distribués symétriquement autour de la position d'équilibre : le lieu demandé sera donc une circonférence de pôle m tracée sur la sphère.

Remarque. — Le point m peut être assujetti à rester sur la sphère de trois manières différentes :

1° Il est fixé à l'extrémité d'un fil flexible et inextensible ou bien placé à l'intérieur d'une sphère creuse : une seule position d'équilibre entre O et G . L'équilibre est stable.

2° Il est posé simplement sur la sphère : une seule position d'équilibre au delà de O . L'équilibre est instable.

3° Enfin il est fixé à l'extrémité d'une tige rigide et sans poids : deux positions d'équilibre, l'une stable et l'autre instable.